VITT. EMANUELE

BIBLIOTECA NAZIONALE VITT. EMANUELE
12
13 B
26

Ex Bibliotheca
majori Coll. Rom.
Societ. Jesu

14-23-A-42

54.5.26

54.
d
26.

14-23-A-42

Digitized by Google

ARITHMETICÆ PRACTICÆ BREVIS INSTITVTIO.

IN QVA NOVA RATIO MVLTIPLICANDI ET DIVIdendi per tabulam Pythagoricam, & alia non paſſim obuia explicantur.

OPERA

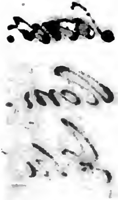
CAROLI MALAPERTII
Montenſis è Societate IESV.

Bibl. Semin. Coll. Rom. Soc. Jesu

DVACI,

Typis BALTAZARIS BELLERI;
ſub Circino Aureo.

Digitized by Google





IVVENTVTI
MATHEMATVM STVDIOSÆ
In Academia Duacena.

PROPRIA quædam laus eſt noſtræ Mathematicæ, Iuuenes Academici, quod à principijs, ijſq; ſimpliciſſimis exorſa, in rerũ difficillimarum cognitionem rectà deducat; cæteris interim diſciplinis ab effectis ſenſu notioribus ad principia & cauſſas, & ab his ad effecta lõgo ductu regredientibus. Noſtris proinde in ſcholis Arithmetica, quæ magnitudinẽ ab omni ſitu & poſitione liberam contemplatur, Geometriam, magnitudinum & partiũ ſitu iam conſtrictam, vt naturæ ordine & dignitate,

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

ita etiam doctrinæ methodo antecedit. Neque verò hoc ſuo tantum iure ratiocinandi facultas cæteris Mathematicæ partibus anteit, ſed multò etiam magis quod earum nonnullas veluti mancipio ſibi habeat addictas, cætera autem quicquid præſtant, idem ipſa expeditiùs cōficiat, præſertim ſi exquiſitiſſimam illam Arithmeticæ vim adhibeas, quàm Algebram dicunt. Quid enim numeris planis & cubicis, numerorumque radicibus non monſtramus, quod aut figurarum planarum beneficio, aut Stereometria docere Geometer poſſit? Sed quā illud admirandum, aſtrorum conuerſiones, motuumque periodos paucis numerorum tabellis ita comprehenſas teneri, vt cæleſtes illas choreas ad numerorum modos & harmoniam greſſus componere & moderare cogamus? Cùm igitur diſciplinas Mathematicas via ac

ratio-

ratione tradere conſtituiſſem, viſum eſt in primis breuem hanc Arithmeticæ praxim adornare, quæ non tantùm ad reliqua capeſſenda Mathemata viam præmuniret, ſed ad omnem vitæ vſum ad priuatas publicaſque rationes prodeſſe poſſet. Quid enim homine illo impolitius atque ad omnem vitam ineptius, qui neque dati acceptique rationes ſubducere, neque numeros aliquot poſſit in digitos conijcere? Porro quod attinet ad eam multiplicandi partiendique rationem, quæ fit tabellæ Pythagoricæ beneficio, non eo conſilio eſt propoſita, vt methodo vſitata relicta paſſim vſurpetur: neque enim aut tabellæ illius ſegmenta ſemper erunt ad manum, aut ab huiuſmodi adminiculis pendere Arithmeticum decet. Sentietis tamen non paruum temporis, operæque compendium ab ea praxi (quod ego

 non

non ſemel ſum expertus) ſi quando circa triangulorum, præſertim Sphæricorum, calculum longæ atque impeditæ diuiſiones erunt peragendæ. Deus Opt. Max. laborem hunc meum vobis vtilẽ eſſe iubeat, cui ſtudia hæc, cæteraque omnia lubens merito dico atque conſecro.

FACVLTAS R.P. PROVINCIALIS SOCIETATIS IESV.

EGo infra-ſcriptus Societatis IESV Prouincialis in Prouincia Gallo-Belgica, iuxta priuilegium à Sereniſſimis Principibus noſtris ALBERTO & ISABELLA eidem Societati noſtrę conceſſum, quo omnibus prohibetur ne libros ab eiuſdem Societatis hominibus compoſitos, abſque Superiorum permiſſione imprimant; facultatem do Baltazaro Bellero Typographo Duacenſi, vt librum cui titutus eſt, Commentarius in priores ſex libros Elemẽtorum Euclidis, & Inſtitutiones Arithmeticæ practicæ CAROLI MALAPERTII è Societate IESV, ad Sex annos proximos imprimere & liberè diſtribuere poſſit.

Datum Tornaci 9. Nouembris 1519.

FLORENTIVS DE MONTMORENCI.

BIBLIOTECA NAZIONALE VITT. EMANUELE
12
13 B
26

Ex Bibliotheca
majori Coll. Rom.
Societ. Jesu

14-23-A-42

54.5.26

54.
d
26.

14-23-A-42

Digitized by Google

ARITHMETICÆ PRACTICÆ BREVIS INSTITVTIO.

IN QVA NOVA RATIO MVLTIPLICANDI ET DIVIdendi per tabulam Pythagoricam, & alia non paſſim obuia explicantur.

OPERA

CAROLI MALAPERTII
Montenſis è Societate IESV.

Bibl. Secret.

Coll. Rom.

Soc. Jesu



DVACI,
Typis BALTAZARIS BELLERI,
ſub Circino Aureo.

ANNO 1633.

BIBLIOTECA NAZ.
ROMA
VITTORIO EMANUELE

by Google

IV VENTVTI

MATHEMATVM STVDIOSÆ

In Academia Duacena.

P*ROPRIA quædam laus eſt noſtræ Mathematicæ, Iuuenes Academici, quodà principijs, ijſq; ſimpliciſſimis exorſa, in rerũ difficillimarum cognitionem rectà deducat; cæteris interim diſciplinis ab effectis ſenſu notioribus ad principia & cauſſas, & ab his ad effecta lõgo ductu regredientibus. Noſtris proinde in ſcholis Arithmetica, quæ magnitudinẽ ab omni ſitu & proſitione liberam contemplatur, Geometriam, magnitudinum & partiũ ſitu iam conſtrictam, vt naturæ ordine & dignitate,*

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

ita etiam doctrinæ methodo antecedit. Neque verò hoc ſuo tantum iure ratiocinandi facultas cæteris Mathematicæ partibus anteit, ſed multò etiam magis quod earum nonnullas veluti mancipio ſibi habeat addictas, cætera autem quicquid præſtant, idem ipſa expeditiùs cõficiat, præſertim ſi exquiſitiſſimam illam Arithmeticæ vim adhibeas, quàm Algebram dicunt. Quid enim numeris planis & cubicis, numerorumque radicibus non monſtramus, quod aut figurarum planarum beneficio, aut Stereometria docere Geometer poſſit? Sed quã illud admirandum, aſtrorum conuerſiones, motuumque periodos paucis numerorum tabellis ita comprehenſas teneri, vt cæleſtes illas choreas ad numerorum modos & harmoniam greſſus componere & moderare cogamus? Cùm igitur diſciplinas Mathematicas via ac

ratio-

ratione tradere conſtituiſſem, viſum eſt in primis breuem hanc Arithmeticæ praxim adornare, quæ non tantùm ad reliqua capeſſenda Mathemata viam præmuniret, ſed ad omnem vitæ vſum ad priuatas publicaſque rationes prodeſſe poſſet. Quid enim homine illo impolitius atque ad omnem vitam ineptius, qui neque dati acceptique rationes ſubducere, neque numeros aliquot poſſit in digitos conijcere? Porro quod attinet ad eam multiplicandi partiendique rationem, quæ fit tabellæ Pythagoricæ beneficio, non eo conſilio eſt propoſita, vt methodo vſitata relicta paſſim vſurpetur: neque enim aut tabellæ illius ſegmenta ſemper erunt ad manum, aut ab huiuſmodi adminiculis pendere Arithmeticum decet. Sentietis tamen non paruum temporis, operæque compendium ab ea praxi (quod ego

 non

non ſemel ſum expertus) ſi quando circa triangulorum, præſertim Sphæricorum, calculum longæ atque impeditæ diuiſiones erunt peragendæ. Deus Opt. Max. laborem hunc meum vobis vtilẽ eſſe iubeat, cui ſtudia hæc, cæteraque omnia lubens merito dico atque conſecro.

FACVL-

FACVLTAS R.P. PROVINCIALIS SOCIETATIS IESV.

EGo infra-ſcriptus Societatis IESV Prouincialis in Prouincia Gallo-Belgica, iuxta priuilegium à Sereniſſimis Principibus noſtris ALBERTO & ISABELLA eidem Societati noſtrę conceſſum, quo omnibus prohibetur ne libros ab eiuſdem Societatis hominibus compoſitos, abſque Superiorum permiſſione imprimant; facultatem do Baltazaro Bellero Typographo Duacenſi, vt librum cui titutus eſt, Commentarius in priores ſex libros Elemẽtorum Euclidis, & Inſtitutiones Arithmeticæ practicæ CAROLI MALAPERTII è Societate IESV, ad Sex annos proximos imprimere & liberè diſtribuere poſſit.

Datum Tornaci 9. Nouembris 1519.

FLORENTIVS DE MONTMORENCI.

APPROBATIO.

IN hac Arithmeticæ practicæ Inſtitutione R. P. CAROLI MALAPERTII nihil eſt quod fidei Catholicę, aut bonis moribus aduerſetur. Actum Duaci die 18. Februarij 1620.

GEORGIVS COLVENERIVS S. Theologiæ Doctor & profeſſor, & librorum in Academia Duacena Cenſor.

ARITH-

ARITHMETICÆ PRACTICÆ BREVIS INSTITVTIO.

CAPVT I.

De Numeratione.

NVMERVM quemlibet exprimunt Arithmetici vna vel pluribus è decem notis ſubiectis.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0.

Inter quas 1 vnum ſignificat, 2 duo, 3 tria, &c. ſic ordine deinceps vſque ad 9. quæ ſignificat nouem: vltima verò cyfra dici ſolet, quæ per ſe nihil ſignifi-

cat, ſed reliquis addita earum auget valorem. Solent etiam hæ notæ vocari Digiti.

Ordo notarum coniunctarum.

Cum plures notæ ſeu digiti iuguntur ad numerum aliquem conſtituendum, ordo talis eſt, vt prima ſit quæ vltimo ſcribitur, procedendo à dextra in ſiniſtram. Exempli cauſa in numero 1620. prima nota eſt cyfra o. ſecunda 2. &c. Ratio huius ordinis eſt, quod notæ primæ ad dexteram minus recedunt ab vnitate, quæ eſt omnis numeri principium; & in plæriſque operationibus Arithmeticis incipimus à notis primis ad dexteram vt mox apparebit.

Valor notarum coniunctarum.

Cùm plures notæ ordine collocatæ numerum conſtituunt, quæ primo loco poſita eſt idem valet quod ſolitariè ſumpta, ſiue ſignificat ſuum ſimplicem numerum

numerum infra decem; ſecunda vero ſignificat ſuum numerum decies; hoc eſt, valet decies tantum, quantum valeret ſeorſim accepta; tertia ſignificat ſuum numerum centies, quarta millies, quinta decies millies, ſexta centies millies, ſeptima decies centies millies, ſeu millies millies; & ita de cæteris ſi plures fuerint, augendo decuplo ſemper valorem cuiuſque notæ ſupra valorem proximè pręcedentis. Exempli cauſſa in numero 3624. nota prima 4. ſignificat quatuor; quantum ſignificat ſeparata, ſecunda 2 ſignificat viginti, decuplum ſcilicet eius quod valeret ſolitariè ſumpta, tertia 6 ſignificat centuplum ſui numeri, hoc eſt ſexcenta, quarta 3 ſignificat millecuplum ſui numeri ſeu tria millia; totuſque numerus eſt tria millia, ſexcenta, vinginti, quatuor. Item numerus 604 ſignificat ſexcenta & quatuor; 30206. triginta millia ducenta & ſex &c.

Praxis pro numeris maioribus enũtiãdis.

In magnis numeris, qui propter

multarum notarum ſeriem difficulter comprehenduntur & enuntiantur, diſtingue ternas quaſque notas virgula interiecta, & ſcias in primo ad dextram ternario eſſe vnitates; in ſecundo millia; in tertio millia millium ſeu milliones; in quarto millia millionum; in quinto milliones millionum, &c. Exempli cauſſa.

E	D	C	B	A.
25	485	604	236	720.

In primo ternario A ſunt ſeptingentæ viginti vnitates, in ſecundo B ducenta triginta ſex millia, in tertio C ſunt milliones, in quarto D millia millionum, in quinto E milliones millionum &c.

Talis ergo numerus ſic eſt enuntiandus; viginti quinque milliones millionum, quadringenta octoginta quinque millia millionum, ſexcenti quatuor milliones, ducenta triginta ſex millia, ſeptingenta viginti.

Neque eſt quod refugiamus vocem illam barbaram *Millio*, cum apte exprimat

primat, quod alias moleſta repetitione millium ſit ſignificandum. Valet ergo vnus *Millio* idem quod decies centena millia, ſeu millies mille: vt Millio aureorum ſunt decies centena millia aureorum, ſeu millies mille aurei.

CAPVT II.

De Additione.

ADDITIO eſt plurium numerorũ in vnam ſummam collectio.

PRAXIS I.

Cum plures numeros in vnum voles colligere, ſcribe numeros addendos vnum ſub alio, notis ſibi correſpondentibus. Quod ſi numeri non conſtēt pari multitudine notarum, ſcribātur primæ notæ ſub primis, ita vt vacuitas appareat verſus ſiniſtram. Vt ſi dentur numeri A, B, C, D, colligendi in vnam ſum-

ſummam, ſic diſponentur.

5783	A
8271	B
12	C
3	D
14069	E Summa

PRAXIS II.

Numeris apte collocatis, & lineola ſubducta quâ diſtinguantur à ſumma colligenda, incipies in vnum colligere primas notas omnium numerorũ, hoc modo; 3 & 2 ſunt quinque, quinque & 1 ſunt ſex, ſex & 3 ſunt 9, quę ſubſcribis pro prima nota ſummę E, collocaſque directe ſub primis notis numerorum collectorum.

PRAXIS III.

Cum numerus ex vna ſerie collectus pluribus notis conſtat, prima tantum ſubſcribitur in ſumma, altera vero męte ſeruatur, iungenda cum notis ſeriei ſequen-

ſequẽtis. Vt in eodem exemplo ſic pergis ad ſecundas notas: 1 & 7 ſunt 8; octo & 8 ſunt 16, quem numerum vides gemina nota conſtare; ſubſcribis ergo priorem quæ eſt 6, & poſteriorem 1, mente ſeruas; ac pergendo ad tertias notas dicis, 2 & 1 quod mẽte ſeruo, ſunt tria, tria & 7 ſunt 10 ſubſcribis ergo 0 & ſeruas 1. Deniquè progrederis ad vltimum ordinẽ & dicis; 8 & 1 quod ſeruo ſunt nouem; nouem & 5 ſunt 14 quę integra ſubſcribis: ſemper enim vltima collectio ſubſcribitur integre. Fit ergo ſumma E 14069.

5783 A			
8271 B		2 G	
12 C		2 F	
3 D			
14069 E Summa			

EXAMEN I.

Cum explorare voles an recte abſoluta ſit additio, collige in vnum quocũque placuerit ordine notas ſummæ,

&

& abijce nouem quoties ſupra 9 numerus excreſcit; quod vero poſt vltimam abiectionem ſupereſt, annota. Idem fac percurrendo notas numerorum additorum, & ſi poſt vltimam abiectionem ipſorum nouem, totidem manent quot manebant ex ſumma, recte habet additio facta; ſin ſecus, male. Vt in ſuperiore exemplo percurrendo ſummam, 4 & 1 ſunt 5, 5 & 6 ſunt 11, & abiectis 9 manent 2, cumque nihil ſuperſit niſi cyfra & 9 quæ ſunt abijcienda, annoto 2 vbi F. Similiter abijcio 9 ex notis numerorum A, B, C, D. & deprehendo poſt vltimam abiectionem manere etiam 2. quæ noto vbi G, & colligo recte peractam eſſe additionem.

Examen II.

Subtrahe vnum quemlibet numerum puta A ex ſumma E (vt docebitur capite ſequenti) & reliquos numeros B, C, D colligé per additionem in v-
nam

nam ſummum: nam ſi hæc ſumma æqualis ſit ei quæ remanſit poſt ſubtractionem, bona fuit prima additio.

CAPVT III.

De ſubtractione.

SVBTRACTIO eſt minoris numeri è maiore ſubductio. Interueniunt ergo tres numeri in hac operatione. Maior ex quo fit ſubtractio, Minor ſubtrahẽdus, & reſiduus qui manet poſt ſubtractionem,

PRAXIS I.

Colloca numerum ſubtrahendum ſub maiore; primis vtriuſque notis ſibi reſpondentibus vt in Additione, praxi prima diximus. Vt ſi ex 240 ſubtrahenda ſint 30 ita ſtabit exemplum.

240.

340. A Maior numerus
30. B Subtrahendus
210. C Reſiduum.

PRAXIS II.

Numeris diſpoſitis & lineola ſubtenſa aufer primam notam numeri ſubtrahendi, ex notis deſuper reſpondentibus, hoc modo; cyfrâ ſublatâ ex cyfra manet nihil ſeu cyfra, ſub primis notis in C notanda. Deinde 3 ex 4 relinquunt 1 quod noto ſuo loco; ac denique quia ex vltima notâ maioris numeri nihil eſt ſubtractum, ea in reſiduo ſcribitur integra. Eſt ergo reſiduum 210.

PRAXIS III.

Cum nota aliqua numeri ſubtrahendi auferri nequit ex ſuperiore correſpondente in maiore numero, decē mutuo ſunt ſumēda ex nota ſequēti; ideoque ſequens nota minor vnitate erit æſti-

æſtimanda quam re vera ſit. Vt in exẽplo adiuncto ſic procedes. 7 ex 6 auferri non poſſunt; quare accipio mutuo vnitatem ex nota ſequenti quæ eſt 4 & dico 7 ex 16 relinquũt 9 quę ſubſcribo.

46	A
27	B
19	C

Deinde 2 ex 3 (nam propter commodatam vnitatem 4 fiunt 3) relinquunt 1 quæ ſubſcribo & facta eſt ſubtractio.

Perinde feceris ſiue propter decem aſſumpta mutuo, minuas ſequentẽ notã numeri ſuperioris vt iam factum eſt; ſiue notã ſequentẽ numeri ſubtrahendi augeas vnitate. Vt ſi exempli cauſſa ita procedas. 7 ex 6 non poſſũ; traho igitur à 10 & manent 3, & additis 6 fiũt 9 ſubſcribẽda. Deinde propter aſſumpta 10 ſequens nota 2 fit 3 quæ ſubtracta à 4 relinquũt 1. Eſtq; hæc praxis ſæpe priore cõmodior, vt apparebit in ipſo vſu.

Similiter aſſumes 10 ſi in numero maiore occurãt vna vel plures cyfræ, ex

ex quibus nihil poteſt ſubtrahi; donec venias ad notam ſignificatiuam cui detrahetur vnitas propter decem aſſumpta. Verbi cauſſa in hoc exemplo ſic procedes.

800046	A	0
236	B	0
799810	C	

Auferendo 6 de 6 manet 0, & 3 de 4 manet 1. Nunc vero quia 2 auferenda eſſent ex 0, ex qua tamen nihil detrahi poteſt, aſſumatur mutuo 1, vt ſic æſtimari poſſit cyfra pro 10, ex quibus auferendo 2 manent 8. Et quia ſequens nota iterum eſt cyfra, aſſumpta iterum vnitate eſtimetur pro 10, ex quibus, ſi auferatur vnitas prius mutuò accepta, manebunt 9; iterumque aſſumēda erit vnitas mutua pro tertia cyfra & ex 10 auferendo 1 manebunt rurſus 9; atqui hæc vnitas ex poſtrema nota 8 recipienda erit, ex qua proinde remanebunt 7; atque ita peracta eſt ſubtractio.

EXA-

EXAMEN I.

Abijce 9 quoties potes ex maiore numero A, ſimiliter ex duobus reliquis numeris B & C: quod ſi ex maiore numero idem manet, quod ex duobus reliquis ſimul ſumptis, bona fuit ſubtractio. Vt in exemplo proxime allato, nihil manet vtrobique; vnde colligas rectè inſtitutam operationem.

EXAMEN II.

Collige in vnum per additionem numerum detrahẽdum B, & reſiduum C, eritque ſumma additionis numerus maior A, ſi bona fuit ante ſubtractio. Id in allato exemplo videre licet.

799810. C
236. B
800046. A

CA-

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

CAPVT IV.

De Multiplicatione

MVLTIPLICATIO eſt ſumptio vnius numeri toties, quoties in altero continetur vnitas. Vt multiplicare 6 per 4, eſt toties ſumere 6 quoties vnitas continetur in 4. Dicitur etiam Multiplicatio Ductus vnius numeri in alterum, metapho- E F
râ ex Geometricis ſumpta: idem
enim eſt multiplicare vnum nu- H G
merum per alium puta 3 per 5, atque vnum rectanguli latus in alterum ducere; putaſi rectanguli E F G H, latus E H trium pedum, ducatur in latus H G, quod ſit pedum quinque. Hinc inquam manauit quod dicimus vnū numerū in alterum duci, cum alter per alterum multiplicatur. Quatuor autem genera numerorum occurrere poſſunt in vna multiplicatione: A numerus multipli-

candus,

candus, B numerus multiplicans, C producti partiales, qui interueniunt cum multiplicans conſtat pluribus notis, D productus totalis.

PRAXIS I.

Vtrum voles numerorum qui inter ſe multiplicãdi ſunt, colloca ſuperiùs, & alterum inferiùs, notis primis ſibi reſpondẽtibus, vt in additione & ſubtractione, praxi 1. Commodius tamen erit maiorem è duobus numerum facere ſuperiorem, vt ſi ſint inter ſe multiplicanda 315 per 24, ita ſtabit exemplum.

315. A Multiplicandus.
24. B Multiplicans.

1260. C } Producti partiales.
630. D }

7560 E Productus totalis.

PRAXIS II.

Multiplica primam ſuperioris cum prima

prima inferioris, & dic; 4 ducta in 5 sũt 20; ſubſcribis ergo 0, & ſeruas 2 vt in additione. Pergis per eandem notam inferioris multiplicare ſequentes ſuperioris, & dicis: 4 in 1 ſunt 4, & duo, quæ ſeruo, ſunt 6, quę ſubſcribis. Amplius quater 3 ſunt 12, quæ eſt vltima multiplicatio per primam notam, & integra ſubſcribenda.

Similiter per ſecundam notam ipſius B, quæ eſt 2 multiplicas notas omnes numeri ſuperioris, & dicis: bis 5 ſunt 10; ſeruo igitur 1 & ſcribo cyfrã ſub ipſa nota multiplicante 2, non ſub 5; quod diligenter eſt obſeruandum: ſemper enim quod prodit per primam vnius notæ multiplicationem ſub ipſa nota multiplicante ſcribendum eſt. Deinde 2 in 1 ſunt 2, & vnum quod ſeruo faciunt 3. Denique bis 3 ſunt ſex quæ ſubſcribo.

His peractis, productos partiales colligo per additionem in ſummam E, & peracta eſt multiplicatio.

PRAXIS III.

Si occurrant cyfræ initio numeri multiplicantis, aut multiplicandi, aut vtriuſque, omittendæ omnes erunt, & inſtituēda multiplicatio vt ſi abeſſent. Verum poſt multiplicationem omnes vtriuſque numeri apponendæ ſunt ad productum. Vt in exemplo ſubiecto, duæ cyfrę multiplicandi, & vna multiplicantis additę ſunt ad productum totale.

32600
340
1304
978
11084000.

PRAXIS IV.

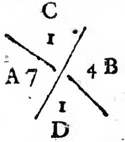
Si occurrant cyfrę interpoſitæ alijs notis numeri multiplicantis, poſſunt præteriri. Vt vides factum in exemplo. Memineris tantum (iuxta id quod præ-

xi 2 monuimus) id quod primum per ſequentem notam producetur ſub ipſa nota multiplicante, non autem ſub cyfra eſſe collocandum.

423
206
2538
846
78138

PRAXIS V.

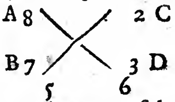
Si erunt cyfræ in medio numeri multiplicandi, eæ in producto notabuntur; niſi forte aliquid manſerit ex prioris notæ multiplicatione quod loco cyfrę notetur. Vtrumque obſeruare licet in adiecto exemplo; nam prior cyfra numeri multiplicandi notatur in producto; non autem poſterior, quia ex multiplicatione notæ præcedentis aliquid ſeruabatur, quod notatum eſt loco cyfræ.



80602
4
322408

PRAXIS VI.

Si quando Tyronibus non ita prõptum eſt colligere quem numerum faciant duæ notæ inter ſe multiplicatę, puta ſexies 7, octies 9: vti poſſunt hac arte. Scribatur vna nota ſub altera vt A, B & ad latus notetur quãtum vtraque diſtet à 10, vt C, D, hæ diſtantiæ C & D inter ſe multiplicẽtur, ſub qui-

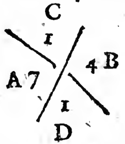


bus notetur productum, ſubtrahatur denique diſtantia alterutra à nota altera cuius non eſt diſtantia, ab ea inquã, quæ per crucem opponitur, vt C à B, vel D ab A, & reſiduum notetur & ha-

bebitur quæſitum. Vt in hoc exemplo octies ſeptem ſunt 56. Eſt & alia praxis per tabulam Pythagoricam de qua capite ſequenti.

EXAMEN I.

Abijce 9 ex multiplicando, & reſiduũ nota, idem fac in multiplicante, & per reſiduum huius multiplica reſiduũ numeri prioris, ex producto autem abijce rurſus 9 & reſiduũ annota. Ex ſumma deinde abiectis ſimiliter 9 ſi tantũdem manet quantum ſuperfuit ex producto reſiduorum. bona fuit operatio.



80602
4
322408

Res fiet clarior in exemplo proximè allato, in quo ex numero multiplicando poſt abiecta 9 manent 7, quæ annoto in ſiniſtra parte crucis vbi A. Deinde

quia

quia in multiplicante non ſunt niſi 4 ex quibus non poteſt abijci 9, ea ipſa 4 ſcribo in parte crucis oppoſita vbi B. Multiplico deinde 7 per 4 & fiunt 28, ex quibus reiectis 9 manet 1, quam notam pono in ſuperiore parte crucis vbi C. Poſtremo ex producto abijcio 9, & ſupereſt etiam 1 quod colloco vbi D. ac ſimul quia æquales numeri sūt C & D intelligo rectè factam multiplicationem propoſitam.

EXAMEN II.

Diuide productum totale per multiplicantem numerum, & in quotiente prodibit numerus multiplicandus, ſi bona fuerat multiplicatio. Aut ſi idem productum diuiſeris per multiplicandum, exibit Multiplicans. Sed de diuiſione dicetur capite 9.

Capvt V.

De Tabvla Pythagorica eiuſque nouo quodam vſu ad omnem multiplicationem.

Tabvla quam ab auctore Pythagoricam dicunt, eſt ſeries numerorum multiplorum ſub ſuis ſimplis ordine collocatorum; quæ quidem in infinitum, vt numeri ipſi, poſſet exten-

A B

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

C D

di, ſed

di, ſed plerumque non vltra 9 diducitur. In ſupremo igitur ordine huius tabulæ collocantur notę Arithmeticæ 1. 2, &c. vſque ad 9, & ſub ſingulis ponitur duplum. triplum. &c. vſque ad nouécuplum : quēadmodum videre licet in propoſita tabula A BCD.

Vſus tabulæ eſt ad promptam multiplicationem duarum inter ſe notarum ſeu digitorum; nā ſi vnus quæratur in laterali ordine A C & alter in ſupremo A B, deſcendaturque vſque ad ſeriē notæ lateralis, in ea ipſa erit numerus productus per multiplicationem illarū inter ſe notarum. Exempli cauſſa quæro quot ſint 8 in 9 ducta, ſeu octies nouē. Accipio igitur in laterali ordine 8 vbi C, & in ſupermo 9 vbi B & ſub hoc deſcendo vſque ad ordinē ipſius C, hoc eſt vſque ad D. ibiq; inuenio 72 & hic eſt numerus quæſitus nā octies 9 ſunt 72

Atque hic vſus tabulæ Pythagoricæ potiſſim traditur. Eſt tamen alia quędam ratio per tabulam hanc Pythagoricam mobilem expeditę admodū multipli-

 catio-

cationem non duarum tantũ,ſed quotuis etiã notarum perficiendi : Mobilem autẽ hãc tabulam voco ſi exciſæ eſſent ſingulæ colũnæ,& â ſe mutuo ſeparatæ tranſpoui pro lubito poſſent ad quẽuis numerum in ſupremo ordine collocandum; nã ſi columna AC & cęteræ omnes eſſent exciſæ, poſſem earum trãſpoſitione quemlibet numerum in ordine A B collocare; qui cõſtaret ijs notis quæ in ordine AB continentur.

PRAXIS I.

Præparatio tabulæ Pythagoricæ mobilis

Parentur ex ære, charta ſolida, aut materia alia idonea laminæ tenues & oblõgæ, quæ in nouẽ quadrata æqualia poſſint diuidi, ipſa vero quadrata ſecẽtur in duo triangula ductis diametris à ſiniſtro ſurſum in dextram. In ſupremo deinde triãgulo dextro ſcribatur nota aliqua tabulæ Pythagoricæ, & ſub ea omnes numeri multipli, vt ſupra in tabula A,B,C,D, factum vides.

Hoc tantũ obſeruabis, vt cũ multiplũ

alicuius notæ excreſcet ad 10 aut vltra, ſingulæ notæ in diſtinctis triangulis ſcribantur, vt apparet in typo ſubiecto,

A	B	
1	2	
2	4	
3	6	
4	8	
5	1/0	
6	1/2	
7	1/4	
8	1/6	
9	1/8	

Cum vero duæ facies futuræ ſint in quaque lamina, ſcribentur in vna quaque duo digiti diuerſi. Exēpli cauſſa in vna ſcribētur notæ 1.2. cum ſuis multiplis ordine deſcendentibus, eritque facies anterior A, poſterior B. In ſecunda

lamina continebuntur digiti 3, & 4 In tertia 5 & 6; in quarta 7 & 8, in quinta 9. & o Et quia numeri poſſunt habere eaſdem notas pluries repetitas ; vt in numero 166 bis repetitur nota 6, idcirco plures ſingularum notarum lamellæ parandæ erunt: quanto enim plures erunt tãto inſtructiores erimus ad quãuis multiplicationem peragendam.

	E	A	B	C	D	
	I	/7	/6	/1	/8	
H	II	1/4	1/2	/2	1/6	K
	III	2/1	1/8	/3	2/4	
	IV	2/8	2/4	/4	3/2	
	V	3/5	3/0	/5	4/0	
	VI	4/2	3/6	/6	4/8	
	VII	4/9	4/2	/7	5/6	
L	IIX	5/6	4/8	/8	6/4	M
	IX	6/3	5/4	/9	7/2	
F						G

Parabitur deinde angulus rectus in quo diſponi laminę poſſint, vt apte inter ſe plurium quadrata recto ordine reſpondeant, eiuſdemque anguli latus vnum in 9 quadrata ſimiliter ſecabitur, adſcriptis numerorum notis, vt hic vides notatum angulum E F G, in quo ſunt diſpoſitæ quatuor lamellæ A,B,C,D.

PRAXIS II.

Additio numerorum in tabula Pythagorica

Si quę exigua difficultas occurret in multiplicatione per has lamellas, ea erit in colligẽdis mumeris cuiuſque ordinis quorum numerorum additio ſic peragetur. Quia iuſſimus quadrata laminarum ſpatia diametris diuidi, ideo cum plures coniungentur, ex dimidijs duarum ſpatijs fient quadrangulæ illæ figuræ quas Geometrę Rhomboides dicunt; & quę in vna huiuſmodi figura

continentur notæ conflandæ, ſunt in vnum, cum numeri per lamellas diſpoſiti in vnam ſummam erunt colligendi. Exẽpli cauſſa in laminis A,B, C, D, ſuperius diſpoſitis sũt in ſupremo ordine Rhomboides tres, vnus in quo eſt 7. ſecundus in quo 6, tertius in quo 1. & totidem alij ſunt in ſequentibus ordinibus.

Cum ergo voles addere in vnum numeros cuiuſque ordinis, puta ordinis ſecũdi H K, incipies à dextra in ſiniſtrã ſeu ex K in H procedẽdo. Habes igitur in primo triãgulo iuxta K notã 6, quam ſcribis primo loco ad dextram: habes deinde in primo Rhomboide 2 & 1 quas notas coniungis in vnam & fiunt 3. In ſecundo Rhomboide ſunt 2 conſequenter ſcribenda, in tertio 4 & 1 quæ faciunt 5, ac denique in vltimo triangulo eſt 1 ſcribendum vltimo loco. Eſt ergo ſumma ex toto ordine HK collecta 15236.

Quando autem notæ vnius Rhomboidis vltra 9 progreſſæ, non poſſunt

vnica

vnica nota comprehendi, tunc vt fit in Additione, ſcribitur etiam hic nota prior & vnitas in mente ſeruata ſequenti Rhomboidi aut trianglo adiũgitur. Exempli cauſſa ſi colligantur in vnum numeri ordinis LM. Ex primo triãgulo iuxta M colligo 4; ex primo Rhombo, 8 & 6, quæ faciunt 14; ſcribo igitur 4, & ſeruo 1. Deinde in ſecũdo Rhomboide ſunt 8, & 1 quod ſeruabam ſunt 9, quæ adſcribo: in tertio Rhombo, 6 & 4 ſunt 10, ſcribo cyfram & ſeruo 1: deinde in vltimo triangulo ſunt 5, & 1 quod ſeruabam ſunt 6 Eſt ergo ſumma ordinis L. M. 60944.

Hunc modum colligendi numeros à dextra in ſiniſtram tamdiu tenebis, donc modico vſu id conſequaris vt iam numeri tibi non ſint per partes exſcribendi, ſed poſſis prompte totum vnum ordinem legere, & lectum tranſcribere. Nõ enim difficile eſt à ſiniſtra in dextrã progrediendo additiunculas illas mente peragere, & cum duæ notæ vltra 10 excreſcunt, vnitatem refun-

dere in Rhomboidem aut triangulum præcedens, Sic in ordine HK leges quidecim millia ducenta triginta ſex, &c.

PRAXIS III.

Multiplicatio per hanc tabulam mobilem.

Numerus multiplicandus conſtituatur in ſupremo ordine laminarum, deinde ſingulis notis numeri multiplicantis quæratur correſpondens in notis Romanis anguli EFG, nam in eo ordine erit productum totius numeri per quamuis notam multiplicati. Colligentur ergo per praxim præcedentem omnes numeri illius ordinis, & ſub numero multiplicante ſcribentur, vt fit in vſitata multiplicatione.

7618
28
60944
15236
213304

Res

Res in exemplo erit clarior. Proponatur numerus 618 per 28 multiplicandus, colloco ergo in angulo EFG lamellas A, B, C, D. quę illum numerũ multiplicandum exhibent in ſupremo ordine.

Deinde in latere EF anguli EFG quæro IIX primam notam numeri multiplicantis, quam inuenio in L; ordo ergo LM, eſt multiplicatio totius numeri 7618 per 8: Quare colligo per additionẽ praxis ſuperioris & tranſcribo hunc numerum, collocandum vt in multiplicationis forma vſitata. Poſtea quęro in eodem latere EF ſecuudam notam numeri multiplicantis quæ eſt 2, & tranſcribo ordinem HK illi notę II reſpondentem. Colligo denique partiales numeros productos in vnam ſummam pet additionem more ſolito, & perfecta eſt multiplicatio, vti ſupra exhibetur.

CA-

CAPVT VI.

De Diuiſione.

DIVISIO eſt partitio numeri in aliquot ſuas partes. Ad quam perficiendam tres numeri occurrunt, Diuidendus, Diuiſor & Quotiens: ita barbare vocamus numerum inuentum per diuiſionem, qui indicat quoties contineatur diuiſor in diuidendo.

PRAXIS I.

Numerum diuidendum, qui eſt neceſſario maior, ſuperiore loco conſtitue, & ſub eo diuiſorē notis ſiniſtris ſibi reſpondentibus, cōtra quàm factum eſt in præcedentibus operationibus. Exēpli cauſſa, ſi diuidenda ſint 78, per 6, diuiſor 6 non ſub 8 ſed ſub 7 primo collocabitur hoc modo, 78(
Quod ſi applicando 6

diuiſorem

diuiſorem primę notę numeri diuidendi, deſuper reſpondentes non conſtituerent numerum maiorem ipſo diuiſore, tunc diuiſor nō ſub prima, ſed ſub ſecunda nota primum collocandus eſt. vt ſi erunt diuidenda 216 per 6. ita ſtabit exemplum. 216(
6

PRAXIS II.

Numeris rite poſitis aduerte quoties diuiſor contineatur in notis ſibi ſuperpoſitis, & quoties continebitur, tātum numerum colloca poſt virgulan curuam qui locus eſt Quotientis. Numquā autem diuiſor in numero ſuperpoſito continebitur pluſquam nouies, ac propterea Quotiens numquam erit ponendus maior quam 9, Deinde per Quotientem multiplica diuiſoris ſingulas notas (ſi plures fuerint) & productū ſubtrahe ex notis numeri diuidēdi quæ ſunt ſupra diuiſorem, reſiduoq; ſupra eaſdem notas diuidendi numeri anno-

annotato tranſuerſa linea confige tam diuiſorem quam notas ſupra poſitas ex quibus facta eſt ſubtractio. Vt in exemplo allato, primum quæro, quoties 6 in 21 inuenio eſſe ter: pono ergo 3 in
quotiente poſt lineolam   3
curuam multiplico dein-   2 1 6 (3
de 6 per 3 & fiũt 18, (quæ   6
vel mẽte retineo vel ſcri-   1 8   A
bo ſub 21 vbi A) quibus ſubtractis ex 21 manent 3 annotanda ſupra 1, & confixis notis circa quas fuit operatio, peracta eſt diuiſoris prima applicatio.

Examen poſt ſingulas applicationes diuiſoris.

Si inter operãdum poſt factam multiplicationem diuiſoris per Quotientẽ non poſſit fieri ſubtractio, nimis magnus Quotiens eſt acceptus, & iteranda operatio. Vt ſi in exemplo ſuperiore ſumpſiſſem 4 pro Quotiente, multiplicando 4 in 6 fierent 24, quę ex 21 detrahi nequeũt. Alius ergo minor Quo-

tiens aſſumendus eſt, nimirum 3.

Si autem poſt factam ſubtractionem maneret ſupra diuiſorem maior numerus ipſo diuiſore, ſcias ſumptum eſſe Quotientem iuſto minorem; qui error ſi contingeret, diuiſor quoties poterit ſubtrahi debebit ex eo quod remanſit, & quoties ſubtrahetur, totidem vnitatibus augendus erit Quotiens: vt ſi eodem exemplo ſumpſiſſem 2 pro Quotiente, operatio proceſſiſſet vt vides, & ſupra diuiſorem manſiſſent 9, qui numerus maior eſt ipſo diuiſore, 6, quia ergo ex 9 poteſt ſemel extrahi 6, Quotiens 2 in 3 debet commutari, & ex 9 ſubtractis ſemel 6 manebunt 3, eritque correctus error.

3
~~9~~
~~2~~ 1 6 (~~2~~ 3
6

PRAXIS III.

Peracta & examinata prima applicatione, promoueatur diuiſor vna nota verſus dextrā, quæratur Quotiens, fiat multiplicatio, ſubtractio, cōnixio nota-

rum

rum vt prius: quo eodem modo procedetur ad cæteras omnes applicationes ſi plures erunt neceſſariæ, donec diuiſor vltimæ notæ numeri diuidendi fuerit aplicatus. Vt in exemplo ſupra adducto, promoueo diuiſorem, & quæro quoties 6 in 39 quæ ſuperſtant; inuenio autē cōtineri ſexies, erit ergo Quotiens huius applicationis 6 quod adſcribatur priori Quotienti. Deinde per Quotientem 6 multiplico diuiſorem 6, & fiunt 36 quæ ſubtracta ex 36 ſuperpoſitis nihil relinquunt: configo igitur omnes notas, & manet Quotiens 36, qui indicat diuiſorem 6 contineri trigeſies ſexies in numero diuidendo 216. atque adeo ſi fuiſſent 216 aurei in 6 milites partiendi, vnicuique militi obtingerent 36 aurei.

```
 3
216 ( 36
 66
```

Quod ſi poſt vltimam applicationem maneret aliquid ſupra diuiſorem, id iuxta Quotientem ponetur ſupra lineolam, infra vero collocabitur diuiſor, vt fiat numerus fractus Exempli

pli gratia, ſi fuiſſent diuidendi 215 aurei in ſex illos milites, prima applicatio eodem quo prius modo proceſſiſſet in ſecunda vero ſumendus eſſet Quotiens 5, deinde multiplicando 6 in 5 fiũt 30, quę ſubtracta ex 35 relinquunt 5, ponatur ergo 5 ſupra lineolam, & infra diuiſor 6, eritque numerus fractus de quo dicetur capite 8

```
 5
215 ( 35 5/6
66
```

PRAXIS IV.

Cũ diuiſor pluribus notis conſtabit eadem erit operandi methodus, niſi quod maior quædam cautio adhibenda eſt in deligendo Quotiente, & ratio habenda non tantum vnius notæ in diuiſore, ſed etiam ſequẽtium, cum quærimus quoties diuiſor in diuidendo cõtineatur. Exempli cauſſa, ſi ſint diuidẽda 20108 per 135. Collocato diuiſore ſub diuidendo, poſſem quidem primã notam diuiſoris habere bis in nota ſuperpoſita, & ſumere pro Quotiente 2, niſi per Quotientem 2 totus diuiſor

eſſet

eſſet multiplicandus. Poſſem ergo multiplicare 2 in 1, & ſubtrahere ex 2 quæ ſuperſtant; ſed cum deberem multiplicare 2 in 5, & in 3 eorũ producta ex notis ſuperpoſitis non poſſent ſubtrahi. Quare non poſſum ſumere Quotiẽtem 2 vt permittit prima nota, ſed habenda ratio ſequentium, quæ non permittunt me ſumere pluſquam 1 pro Quotiẽte. Sumo ergo 1 pro Quotiente & pergo, ac dico; 1 in 5, ſunt 5, quę ex 1 ſuperpoſito ſubtrahi non poſſunt: traho igitur à 10 & manent 5 quibus adiecto 1 fiunt 6 ſuperſcribenda: & quia aſſumpſi mutua 10, debeo vnitatem detrahere ex nota ſequẽti quę eſt 0; quia ergo à cyfra non poſſum, rurſus traho ex 10 & manent 9 ſuperſcribenda: ſed nota ſequẽs 2 propter aſſũpta 10 fit 1.

6
196
20108 (1
135

Deinde pergo; 1 in 3 ſunt 3 quę ſubtracta ex 9 relinquũt 6; denique 1 in 1 eſt 1, & ſubtractum ex 1 nihil relinquit; manent ergo. 66 poſt primam applicationem abſolutam. Poſſet etiam ſubtra-

ctio

ctio fieri iuxta praxim.3.c.3. hoc modo
1 in 5 sũt 5,quæ ſublata ex 10 relinquũt
5, & addito 1,fiunt 6 ſuperſcribenda; 1
in 3 ſunt 3, & propter aſſumpta 10 ſunt
4,quæ ex cyfra tolli ne- 66
queunt,traho ergo à 10 & 20108(1
manent 6: denique 1 in 1 135
eſt 1, ſed propter aſſumpta 10 fiunt 2,
quæ ex 2 nihil relinquũt. Vides ergo
iterum manſiſſe 66.vt prius.

Eodem recides ſi multiplicationem
à ſiniſtris incipias, hoc modo: 1 in 1 eſt 1
quo ſublato ex 2 manet 1: 6
1 in 3 tũt 3,quæ à 10 relin- 176
quunt 7: 1 in 5 ſunt 5, quæ 20108(1
ab 1 ſubtrahi nequeunt; 135
traho ergo à 10 & manent 5,& cum ad-
dito 1 fiunt 6,& propter 1 mutuo acce-
ptũ 7 fiunt 6, Harum autem methodo-
rum nunc hæc, nũc illa expeditior eſt,
vt vſu diſces. Promoueo ergo diuiſo-
rem vna nota, hoc eſt, vt vltima eius
nota, quæ in noſtro exemplo eſt 5, pro-
moueatur ad notam vlteriorem quæ eſt
in exemplo cyfra, reliquæ vero ſcri-

bentur

bentur ſub notis prima operatione cõfixis. Promoto inquam ſic diuiſore, quæro quoties diuiſor contineatur minoris ſuperpoſitis, quæ in exemplo ſunt 660, aduertoque cõtineri quater: ſiue breuius quæro quoties prima nota diuiſoris contineatur in ſuperiore 6, & habita ratione ſequentium aduerto me nonniſi 4 pro quotiente ſumere poſſe: Sumo ergo pro quotiente 4 & dico, 4 in 5 ſunt 20 cyfra à cyfra nihil aufert, 2 à 6 relinquunt 4, 1 â 6 relinquit 5, Amplius 4 in 3 ſunt 12, duo à 4 relinquunt 2, 1 à 6 relinquit 5. Denique 4 in 1 ſunt 4, quæ, à 5 relinquunt 1, & ſic abſoluta manet ſecunda applicatio poſtquam manent 12 ſupra diuiſorem.

12	
54	
66	
201	08 (14
1355	
13	

Venio ad tertiam applicationem, & promoto diuiſore quæro quoties 1 in 12 quæ ſuperſtant, ac propter notas ſequentes quotiens non poteſt eſſe pluſquam 8. Sumo ergo pro Quotiente hu-

ius

ius applicationis 8 & pergo. 8 in 5 ſunt 40, cyfra ex 8 nihil tollit, 4 ex cyfra non poſſum, traho 1 igitur ex 10 & manent 6, vnde propter aſſumpta 10, nota 2 quæ ſequitur fit 1. Deinde 8 in 3 ſunt 24, 4 ex 6 relinquunt 2, 2 ex 1 nō poſſum, traho ex 10 & manēt 8, quibus addēdo 1 fiunt 9, & propter aſſumpta 10, nota 1 quæ ſequitur eſt delenda. Denique 8 in 1 ſunt 8 quæ ex 9 relinquunt 1. Sicque peracta eſt vltima applicatio poſt quam manent 128 ſupra diuiſorem, quæ ſcribenda ſunt ſupra lineolam, vt ſuppoſito diuiſore fiat numerus fractus, quēadmodum vides in exemplo.

1
9
1
12
842
666
20108 (148 $\frac{128}{135}$
13555
133
1

Praxis V.

Si facta aliqua promotione diuiſoris ſupra diuiſorem poſitæ notæ ne ſemel

 quidem

quidem contineant diuiſorem, in Quotiente ponatur cyfra, & ſtatim diuiſor promoueatur, nulla nota in diuidendo expuncta. Verbi cauſſa, ſi ſint diuidēda 5039 per 24 poſtquam facta applicatione ſecunda inuenio tantum ſupra diuiſorem 23, quæ ne ſemel quidem, continent diuiſorem, pono in Quotiente cyfram, & promoueo diuiſorem, reliquaque perficio iuxta ante dicta.

```
  2
5039 ( 20
 244
   2
```

[1] Quod ſi ea applicatio eſſet vltima in qua ſupra diuiſorem inuenitur minus ipſo diuiſore, ponatur vltimo loco in quotiente cyfra, & notæ in diuidendo relictæ collocabuntur vt ſupra dictū eſt in ſuperiore parte numeri fracti quod vides in exemplo.

```
  1
694 ( 20 14/24
344
 3
```

PRAXIS VI.

Si vna vel plures cyfræ fuerint in fine diuiſoris auferentur; tolleturque toti-

dem

dem notæ poſtremæ ex diuidendo, & inter remanentes notas peragetur diuiſio. Notæ autẽ ablatæ ex diuidendo addentur ad eas quæ fortè manſerint pro numero fracto: aut ſi nihil mãſiſſet, ſolę ponentur in ſuperiore parte numeri fracti; cyfræ quoque ablatæ diuiſori reſtituẽtur, cum quibus de more collocabitur pro inferiori parte numeri fracti. Exempla vides hic ſubiecta in quibus

```
12              9
7749(25 249/300      9266(23 66/400
300             400
3               4
```

notæ lineis ſubtenſæ auferendæ ſunt ante diuiſionem.

PRAXIS VII.

Si diuiſor ſit vnitas cum vna vel pluribus cyfris, totidẽ primæ, notæ numeri diuidendi erunt Quotiens quot ſunt notæ in diuiſore, reliquæ vero ponẽtur in ſuperiori parte numeri fracti, vt factum vides in exemplo.

```
42591 (425 91/100
100
```

PRAXIS VIII.

Si fuerint cyfrę in fine numeri diuidendi, & antequam ad omnes cyfras applicari poſſit diuiſor nulla remaneat nota ſignificatiua, cyfræ 14
remanentes addantur ad 16000(2400
Quotientem, vt videre 188
eſt in exemplo, in quo 1
cyfræ linea ſubducta notatæ addictę ſunt Quotienti.

PRAXIS IX.

Diuiſio minoris numeri per maiorem.

Si quando detur numerus minor per maiorem diuidendus, facienda eſt fractio, in qua diuidendus ſupra lineolam & diuiſor infra collocetur: nam hic numerus fractus erit Quotiés propoſitæ diuiſionis, vt ſi ſint diuidēda 4 per 8 quotiés erit $\frac{4}{8}$ ſi 91 per 100 Quotiés erit $\frac{91}{100}$ de quorum valore dicemus capit. 8

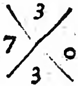
Quod

Quod ergo poſt diuiſionem adiungitur plerumque Quotienti, non eſt aliud quam diuiſio minoris numeri per maiorem.

Examen I.

Reijce 9 ex diuiſore, & reſiduum nota in ſiniſtro crucis latere, reijce item ex Quotiente, & hoc reſiduum cum priore multiplica: producto iunge notas quæ ſuperfuerunt, & ex ijs aufer etiam 9. quodque ſupererit ſcribe in ſuperiore parte crucis. Denique etiam ex numero diuidendo abijce 9. & reli-

2	27
6	25
191	135
696(27 $\frac{12}{25}$	54
288	21
2	696



quum in inferiore parte crucis adſcribe, quod ſi cum ſuperiore conſentit recta fuit diuiſio.

Examen II.

Multiplica inter ſe diuiſorẽ & Quotientem, & notas relictas ex diuiſione (ſi quæ ſunt) iunge productis partialibus; omnia deinde per additionem collige, & prodibit numerus diuidendus ſi recta fuit operatio; vt liquidò monſtrabitur cap. ſeq.

Quid faciendum cum numero ex diuiſione relicto.

Dicemus quidem accurate de numero fracto cap. 8. Quia tamen multi fractiones refugiũt vt ſcopulos quoſdam, vano difficultatum metu exterriti; lubet hoc loco oſtendere quomodo ſine fractionibus reliquum illud diuiſionis poſſit perfici; Numerus ergo integrorum qui relinquitur poſt diuiſionem, per minorem aliquam menſuram

ram eſt multiplicandus, & productu applicandus diuiſor, prodibit enim numerus partium, qui ſingulis vnitatibus diuiſoris competit, Vt in exemplo examinis primi, fac 696 florenos in 25 pauperes eſſe diuidendos; obueniet ſingulis 27 floreni, & ſupererunt floreni 21 diuidendi in eoſdem pauperes. Cum ergo in vnoquoque floreno contineantur 20 aſſes, multiplicentur floreni 21 per 20 aſſes, fientque 420 aſſes, quos diuido per 25, & fit quotiens $16\frac{20}{25}$ debent ergo dari ſingulis pauperibus 16 aſſes præter 27 florenos. Et quia ex poſteriore diuiſione manſerunt 20 aſſes non diuiſi, multiplico 20 aſſes per numerum denariorum qui in aſſe continentur nimirum per 24, & fiunt 480 denarij. Hos diuido rurſus per 25 fit Quotiens $19\frac{5}{25}$ quare præter florenos & aſſes debentur inſuper ſingulis pauperibus 19 denarij, & ſuperſunt quinque denarij quos non eſt operæ-pretium in 25 diuidere. Simili modo procedetur in alijs menſuræ generi-

bus. Vt, ſi erat ager viritim diuidendus in eodem illo exemplo, & manſerint 21 perticæ non diuiſæ, pertica diuidetur in pedes, pes in palmos, palmus in digitos, & minoribus menſuris applicabitur diuiſor, vt iam fecimus.

CAPVT VII.

De Diuiſione per mobilem tabulam Pythagoricam.

MVLTO facilior eſt diuiſio per lamellas tabulæ Pythagoricæ, quarum beneficio certius inuenitur Quotiens, in quo fere momentum bonæ diuiſionis eſt poſitum, & error ſi quis contigerit facilius aduertitur & emendatur.

PRAXIS I.

Diuiſorem colloca in ſupremo ordine laminarum, & ſub eo deſcende donec occurrat numerus maior illo quem continent notæ numeri diuidendi quibus applicatus eſt diuiſor; nam quotus erit ordo proximè præcedens, tantus erit ſumendus Quotiens. Quod ſi ſub diuiſore nullus inueniretur numerus maior, tunc quotiens eſt 9. Numerus autem qui in ordine quotientis eſt deſcriptus collocandus erit ſub notis diuidendi numeri, & ab iiſdem de more ſubtrahendus, reſiduumque ſuperſcribendum ſine vlla notarum confixione; neque etiam opus erit diuiſorē delere, facile enim mente intelliges diuiſorem promoueri, aut pūcto ſubſcripto ſignabis notam numeri diuidendi ad quam diuiſio peruenerit. Tota res exemplo fiet manifeſta. Sint diuidendi 925738 Philippici in 317 milites. Colloco ergo in angulo EFG, lamellas ABC

continentes in vertice diuiſorem 317. Deinde deſcendo in laminis ſub diuiſore, quærens numerum qui primus occurret maior quam 925, quibus notis primo diuiſor applicatur; inuenio autē maiorē in III ordine; quotiēs ergo eſt ordo proxime præcedens, quare ſumo 2 pro Quotiēte; & numerū in ſecunda illa ſerie inuentum, ſubſcribo notis numeri diuidēdi, à quibus ſubtractione facta remanēt 311 deſuper annotāda. Intelligo deinde promotum eſſe diuiſorē vſque ad 7. cui pūctum eſt ſuppoſitum, & quæro in laminis numerum maiorē quam 317 & nullum inuenio, Quotiēs ergo

Æ	A	B	C
I	/3	/1	/7
II	/6	/2	1/4
III	/9	/3	2/1
IV	1/2	/4	2/8
V	1/5	/5	3/5
VI	1/8	/6	4/2
VII	2/1	/7	4/9
IIX	2/4	/8	5/6
IX	2/7	/9	6/3

F	G

ergo eſt 9 & hic vltimus ordo eſt ſcribendus, ſubtrahenduſque à diuidendo, qua ſubtractione facta, reſiduum 264 ſupra notabitur; in quo diligenter aduertes vt notæ notis directè & diſtinctè ſuperponantur ne pariatur confuſio: Amplius intelligo diuiſorem promotum ſub 3 & quæro numerum maiorem quam 2643 & inuenio in IX ordine: Quotiens ergo eſt 8, cuius ordinis numerũ tollo ex diuidendo, & remanent 107. Demum promouetur

127
107
264
311
945738 ($2983\frac{127}{317}$
317....
634
2853
2536
951
127 *Examen*
945738

diuiſor ſub 8, & quæro numerum maiorem quam 1078 inuenioque in IV ordine: Quotiens ergo eſt 3 cuius numerũ tranſcribo, factaque ſubtractione remanent 127 pro numero fracto, & peracta eſt diuiſio.

Poſſunt etiam ſi ita videbitur notæ numeri diuidēdi expungi, quādo cum illis abſoluitur diuiſio, vt fit in vſitata diuidendi ratione, ſed eo modo quem præiuimus, melius diſtingūtur ſingulę operationes & ſicubi error obrepſiſſet deprendetur facilius.

Examen I.

Habet inſuper id commodi hęc diuidendi ratio quod examen per multiplicationem (de quo cap. pręd.) expeditiſſime perfici poteſt. Nam ſi notæ aliquæ manſerunt diuiſione peracta, exſcribentur ſub notis in vltima applicatione ſubtractis, & numeri omnes ſubtracti colligentur per additionē, reditque in ſumma numerus diuidendus, ſi non eſt erratū. Verbi cauſſa in exēplo ſuperiore ſcribo 127 quę remanſerant ſub 95 & colligo in vnam ſummā omnes numeros ſubtractos inter operandū; reditque numerus diuidēdus, quarę legitimè peracta eſt diuiſio.

Obſeruabis autẽ cum primus Quotiens eſt 1, tunc ipſum etiam diuiſorem debere colligi cum cæteris numeris ſubtractis: nam tunc ipſe diuiſor eſt vnus numerorum ſubtractorum. Cum vero primus Quotiens non eſt 1, diuiſor non erit cum cæteris in probatione colligendus, ideoque in noſtro exẽplo diuiſor ab additione examinis ductâ lineâ eſt excluſus.

CAPVT VII.

De numero fracto.

NVMERVS fractus, Minutia, ſeu fractio eſt numerus denotãs partes aliquot cuiuſpiam integri. Vt vna ſecunda aſſis eſt dimidiatus aſſis; tres quartæ aſſis ſunt tres Quadrantes &c.

Sũt autem duo numeri in fractione, quorũ vnus ſcribitur ſupra, alter infra lineolã hoc modo $\frac{1}{2}$. Superior dicitur Nume-

Numerator, quia numerat quot partes ſumptę ſint ex integro. Inferior dicitur Denominator, quia denominat & indicat quales partes ſumptæ ſint ex integro. Vt minutia allata $\frac{1}{2}$ eſt vna ſecũda; hęc vero $\frac{3}{4}$ eſt tres quartæ &c.

Quod ergo remanet poſt diuiſionem & iuxta Quotiẽtem adſcribitur, eſt numerus fractus. Nã quia notæ remanentes nõ potuerunt vlterius per diuiſorẽ diuidi, faciunt numerum fractum cum diuiſore, ſuntque notę remanentes pro numeratore, & diuiſor, eſt loco denominatoris. Vt ex diuiſione capitis 7 manſit numerus fractus $\frac{127}{317}$ hoc eſt, centum viginti ſeptem, trecenteſimæ decimæ ſeptimę partes vnius Philippici.

Æſtimatio numeri fracti.

Quando in fractione æquales ſunt numerator & denominator, ea fractio vni integro æquiualet, vt $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$ vnius aſſis æquiualent aſſi integro.

Cum

Cum vero numerator denominatore maior eſt, tũc minutia plus eſt quam vnum integrum, vt $\frac{3}{2}$ ſunt aſſis cum dimidio.

Cum denique numerator denominatore eſt minor, tunc fractio minus eſt quam integrum. vt $\frac{3}{4}$ aſſis ſunt tres quadrantes.

Hinc colligere licet numerum fractum, reſiduũ ex diuiſione ſemper eſſe minus quam vnum integrum: nam in ea fractione diuiſor eſt loco denominatoris, & notæ ex diuiſore remanentes ſunt numerator. Iam vero notæ remanentes minorem ſemper numerũ continent quam diuiſor, quandoquidem in bona diuiſione ſemper debet remanere numerus minor ſupra diuiſorem, quam ſit ipſe diuiſor. Semper ergo in hac fractione, numerator eſt minor denominatore, & proinde minus valet minutia quam vnum integrum.

Sic in diuiſione capitis 7 manent $\frac{127}{517}$

Debetur ergo militibus ſingulis præ-

 ter

ter Philippicos 2983 integros, debentur Philippici inquam præterea ſingulis $\frac{127}{317}$ vnius hoc eſt minus quam dimidius Philippicus; accuratius enim fractionem æſtimare mox docebimus.

Æquiualentia numerorum fractorum

Æquiualentes minutiæ ſunt omnes illæ quorum numeratores eandem habent rationem ad ſuos denominatores, vt $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}$ ſunt æquualentes, quia in omnibus numerator eſt dimidium ſui denominatoris.

Præterea quocunque numero multiplices aut diuidas vtramque partẽ fractionis hoc eſt tam deuominatorẽ quã numeratorem, ſemper prodibit minutia æquiualens. Vt ſi minutiam $\frac{6}{8}$ multiplices per 2 procreabitur minutia æquiualens $\frac{12}{16}$. Item ſi eandem fractionem diuidas per 2 exibit minutia æquiualens, $\frac{3}{4}$ Ratio eſt, quod vtroque fractionis membro per eũdem numerum iplicato vel diuiſo ſemper redeunt

duo

duo alij numeri eandem inter ſe rationem habentes quam priores; quare ex ijs conſtituitur minutia priori æquiualens, iuxta 15. 5. Eucl.

PRAXIS I.

Reductio fractionis ad minores terminos.

Quia diximus per multiplicationem & diuiſionem vtriuſque partis numeri fracti, produci fractionem æquiualentem, oblata difficili fractione, quærendus erit numerus qui perfectè tam numeratorem quam denominatorem diuidat, iſque numerus dici ſolet Cõmunis menſura: beneficio ergo huius numeri ſeu menſuræ communis, fractio reducetur ad aliam æquiualentem minoribus numeris expreſſam, inquibus proinde facilius æſtimabitur valor datę minutię. Inuenietur autẽ hoc modo communis mẽſura cuiuſuis fractionis. Maior numerus per minorem diuidatur, & ſi quid manſerit per hoc diuidatur

tur numerus minor, qui ante erat diuiſor; & ſi rurſus aliquid ſuperfuerit, per id ipſum diuidatur diuiſor ſecundę diuiſionis, & per reliquum tertiæ diuiſor tertiæ, donec fiat diuiſio quę nihil relinquat, nam perfectæ huius diuiſionis diuiſor, erit communis menſura propoſitæ fractionis per quem ſi diuidatur tam numerator quam denominator, prodibit fractio æquiualens, minimis terminis, quibus comprehendi poteſt, expreſſa. Verbi cauſſa datur minutia $\frac{32}{48}$ quam velim redigere ad minimos terminos.

```
16        0
48 ( 1    32 ( 2   32/48 per 16. 2/3
32        16
```

Diuido ergo 48 per 32 & manent 16, deinde per hoc reſiduū diuido diuiſorē primæ diuiſionis, ſcilicet 32, & nihil manet. Eſt ergo diuiſor huius ſecundæ diuiſionis nimirum 16, communis mēſura datę minutiæ; ideoque diuido numeratorem 32 per 16 & prodit numerator

rator nouæ minutię 2. Similiterque diuiſo denominatore 48 per 16, prodit 3 denominator minutiæ æquiualentis. Eſt ergo $\frac{2}{3}$ minutia, priori $\frac{32}{48}$ ęquiualens.

Quod ſi inter quærendum communem menſuram non poſſit deueniri ad diuiſionem perfectam, quę nihil relinquat (cuius ſignum erit ſi ex aliqua diuiſione maneat 1,) tunc fruſtra quæritur communis menſura quæ nulla dari poteſt, & numeri fractionis illius erunt ex ijs, quos Arithmetici nominant numeros inter ſe primos; qui nullam admittunt communem menſuram. Vt dum tento reducere ad minores numeros fractionem capitis ſeptimi, quæ eſt $\frac{127}{317}$ diuido 317 per 127, & manent 63, per quæ diuido 127 & manet 1: nulla ergo eſt menſura communis iſtorum numerorum 127, 317; ſed ſunt inter ſe primi, neque minutia ex illis conſtans ad faciliorem reduci poteſt,

Fit

Fit etiam nonnumquam vt quamuis inueniatur cõmunis menſura, ea tamen tam ſit exigua vt fractio æquiualés per illam producta, non multo ſit priore facilior. Exempli cauſſa iſtius fractionis $\frac{129}{327}$ poſt multas diuiſiones inuenio cõmunem mẽſuram 3 per quam produco minutiam æquiualentem $\frac{43}{109}$ cuius valorem difficile adhuc ſit cõprehendere. His ergo moleſtijs vt eatur obuiam alia arte erit vtendum, vt ſequitur.

Praxis II.

Reductio fractionum ad partes decimas, centeſimas, milleſimas, &c.

Commodiſſimæ ſunt fractiones in quibus denominator eſt 10, 100, aut alius numerus qui ab his in decupla eſt ratione: nam & faciliores ſunt æſtimatione illæ minutiæ; & additiones, multiplicationes, diuiſiones, harum inter ſe, & cum integris, fractionum

ſunt

ſunt expeditiſſimæ. Data ergo fractio quælibet ſic redigetur ad partes decimas, &c. Ad numeratorem addatur vna aut plures cyfrę: ſi enim vis partes decimas, vnica cyfra ſufficiet, ſi centeſimas, duabus opus erit, &c. Deinde numerator ſic auctus diuidatur per denominatorem; nam primus Quotiens qui ſignabitur litera D, indicabit partes decimas, ſecundus C, centeſimas, tertius M, milleſimas, quartus DM. decies milleſimas &c. quæ omnes ſimul ſumptæ æquiualebunt datę minutię. Vt in exéplo ſæpius adducto, máſerunt $\frac{47}{117}$ vnius Philippici. Applico ergo Numeratori tres cyfras, quem deinde diuido per denominatorem, & prodit pro primo Quotiéte 4; cõtinentur ergo in data fractione quatuor decimæ vnius Philippici, qui cum ſit 50 aſſium, vna pars eius decima erit 5 aſſes, quatuor ergo decimę ſunt 20 aſſes. Deinde pro ſecũdo quotiéte prodiicyfra: quod ergo amplius ſupereſt nõ eſt pars céteſima Philippici ſiue dimidi uſaſſis. Iterũ

vero

vero ſi promoueam diuiſorem Quotiés eſt o, vnde quod ſupereſt non eſt pars milleſima Philippici quę proinde negligi poteſt; dabuntur ergo ſingulis militibus 20 aſſes præter Philippicos integros, & reliquum negligetur; nam non ſuperſunt niſi 10 aſſes in 317 diuidendi.

12
1277000
31777
311
3

(DCM
400

Eodē modo procedetur in alijs mēſuris puta in ponderibus, in perticis ſeu decempedis quibus agros metimur, alijſque huiuſmodi.

PRAXIS III.

Conuerſio datæ fractionis in aliam cuiuſuis denominationis.

Numerator datæ fractionis multiplicetur per denominatorem illius in quam facienda eſt conuerſio, & productum diuidatur per datę fractionis denomi-

nominatorem: quotiens enim erit numerator fractionis quæ inquiritur. Exempli gratia datur fractio $\frac{2}{3}$ cōuertenda in partes ſextas; ſeu quæritur quot partes ſextas contineant duæ tertiæ. Datæ fractionis numerator 2 multiplicetur per denominatorem propoſitum 6, productum diuidatur per denominatorem datę fractionis 3; quotiens enim 4 erit numerator qui quæritur: nam $\frac{4}{6}$ æquiualent $\frac{2}{3}$.

Quod ſi poſt diuiſionem aliquid maneat ex hoc fiet fractio vnius partis earum in quas fit cōuerſio, Exēpli cauſſa ſint conuertendæ $\frac{5}{7}$ in partes nonas. Duc 5 in 9 & fient 45, quibus per 7 diuiſis exit quotiens 6, & manet $\frac{3}{7}$ per quod ſi diuidatur vna pars nona fiet fractio $\frac{6}{9}$ & $\frac{3}{7}\frac{1}{9}$ hoc eſt ſex nonę & tres ſeptimæ vnius partis nonæ (ſic enim ſcribitur fractio fractionis de qua infra cap.9.) quę ęquiualent datę minutiæ $\frac{5}{7}$.

PRA-

PRAXIS IV.

Reductio diuerſarum fractionum ad eandem denominationem.

Datis duabus minutijs ad eundem denominatorem reducendis, multiplicentur denominatores inter ſe & prodibit communis denominator; numerator vero vnius multiplicetur per denominatorem alterius, & prodibunt numeratores minutiarũ, ad communẽ denominationem reductarum. Vt datis minutijs $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ multiplico 3 in 5 & fiunt 15 communis denominator. Deinde duco 2 in 5 & fit numerator 10; item 4 in 3 & fiunt 12. His ergo numeratoribus 10 & 12 ſi ſupponatur communis denominator 15, exiſtent minutiæ reductæ, ad eandem denominationem $\frac{10}{15}$ & $\frac{12}{15}$, quarum prior priori datæ, poſterior poſteriori, æquiualet. Iam vero collectis in vnum numeratoribus 10 &

12 vt

12 vt ſint 22, ſi ſupponatur denominator communis fiet minutia $\frac{22}{15}$ æquiualens vtrique ſimul ſumptæ.

Quod ſi dētur tres aut plures diuerſæ minutiæ reducentur primũ duę ex illis ad eundem denominatorẽ & productæ æquiualentes colligentur in vnam; deinde vero tertia reducetur ad eandem denominationem, cum hac conflata ex duabus præcedentibus; eodemque modo pergetur ad quartã, & alias, ſi plures eſſent. Vt ſi dētur tres minutiæ $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{6}{7}$, reducentur duæ priores ad eandem denominationem & prodibit minutia $\frac{22}{15}$ ęquiualens vtrique vt iam modo docuimus. Reducantur ergo ad eandem denominationem $\frac{22}{15}$ & $\frac{6}{7}$ prodibuntque æquiualentes $\frac{154}{105}$ & $\frac{90}{105}$ quarum collectis numeratoribus fiet minutia $\frac{244}{105}$ æquiualens tribus ſimul minutijs datis; eamque, ſi fieri poterit, reduces ad minores terminos per praxim 1.

Quod ſi etiam ſcire voles quot partes

tes huius communis denominationis 105 contineat prima minutia, & ſecũda ſolitariè ſumptæ diuide 105 per denominatorem alterutrius & Quotientem multiplica per eiuſdem numeratorẽ, ſic enim prodibit numerator fractionis æquiualentis. Vt 105 diuido per 3 & fit quotiens 35, qui multiplicatus per 2 dat 70 numeratorem minutiæ $\frac{70}{105}$ æquiualentis primę, quæ erat $\frac{2}{3}$. Subtracto deinde numeratore 70 ex 154 numeratore vtriuſque ſimul ſumptæ, manent 84 pro numeratore minutiæ $\frac{84}{105}$ quæ ęquiualet ſecundæ datæ. Habes ergo tres minutias ſeparatas $\frac{70}{105}$ $\frac{84}{105}$ $\frac{90}{105}$ quæ æquiualent totidem datis $\frac{246}{357}$, & huic conflatæ ex omnibus $\frac{244}{105}$.

PRAXIS V.

Reductio integrorum ad datam fractionem.

Numerus integrorum multiplicetur per denominatorem datę fractionis & prodi-

prodibit numerator minutiæ, ad quam integra ſunt reducta; cui ſupponetur pro denominatore idem qui erat denominator datę minutiæ. Vt ſi 4 integra ad partes quintas redigẽda ſint, multiplicabitur 4 per 5 & fient 20; cui ſi ſupponas 5 pro demoninatore prodibit minutia $\frac{20}{5}$ æquiualens 4 integris.

PRAXIS VI.

Reductio fractionis ad integra

Si fractio maior ſit vno integro, reduci poteſt ad integra hoc modo. Numerator per denominatorem diuidatur & Quotiens erit numerus integrorum in fractione contentus: vt minutia $\frac{20}{6}$ reducetur ad integra diuidendo 20 per 6. prodibunt enim 3 integra cum $\frac{2}{6}$ ſeu $\frac{1}{3}$

CAPVT IX.

De Additione & reliquis circa fractionem operationibus.

PRAXIS I.

Additio fractionum.

SI fractiones ſint eiuſdem denominationis, collectis in vnum numeratoribus, & ſuppoſito eodem denominatore perfecta eſt additio, vt $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{3}$ ſunt $\frac{6}{3}$.

Quod ſi proponantur fractiones diuerſæ denominationis, reducẽtur prius ad eandem, per praxim 4 cap. pręc. & fiet additio vt iam dictum eſt.

Examen fit per ſubtractionem, vt in integris numeris.

PRA-

PRAXIS II.

Subtractio fractionum.

In fractionibus eiuſdem denominationis ſubtrahatur minor numerator ex maiore, & peracta erit operatio. Vt $\frac{2}{3}$ ſubtractæ ex $\frac{3}{3}$ relinquunt $\frac{1}{3}$.

Quod ſi dentur fractiones diuerſæ denominationis, eæ prius ad communem redigentur.

Si numerus integer cum addita fractione, aut ſolus integer numerus ſubtrahendus ſit ex minutia, prius erit reuocādus ad fractionem eiuſdem denominationis cum ea, ex qua fieri debet ſubtractio. vt ſi ſint ſubtrahenda 2 $\frac{3}{4}$ ex $\frac{20}{6}$, numerus 2 redigatur in fractionem $\frac{8}{4}$ & additis tribus ſunt $\frac{11}{4}$ quę redigantur ad eundem denominatorem cum $\frac{20}{6}$, & poſtmodum fiat ſubtractio-

Si fractio ex numero integro ſubtrahenda, maior ſit vno integro, reducatur ad integra; cum vero fractio minor eſt vno integro vnitas aliqua numeri ex quo facienda eſt ſubtractio reſoluatur in fractionem, & fiat poſtea ſubtractio. Vt ſi ſint ſubtrahendæ $\frac{10}{3}$ ex 8 fractio reducetur ad integra $3\frac{1}{3}$: detractis ergo 3 ex 8, manet 5, minutia deinde $\frac{1}{3}$ auferatur ex 1 reſoluto in partes tertias, hoc eſt, ex $\frac{3}{3}$ tollatur $\frac{1}{3}$ & manebunt $\frac{2}{3}$, hæc vero vnitas ex qua poſterior ſubtractio facta, auferenda eſt ex 5. Quare ſi ex 8 auferantur $\frac{10}{3}$ ſeu $3\frac{1}{3}$ manebunt $4\frac{2}{3}$.

Examen per additionem fiet vt in integris.

PRAXIS. III.

Multiplicatio fractionum

Multiplicentur inter ſe tam numeratores, quam denominatores, nam producti numeri erunt numerator & deno-

denominator fractionis per multiplicationem productæ, vt ſi dentur multiplicandæ $\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{5}$ prodibit $\frac{8}{15}$: nam 2 in 4 ſunt 8 pro numeratore, & 3 in 5 ſunt 15 pro denominatore.

Quando integra cum adiuncta fractione per fractionem ſunt multiplicanda, ea ad fractionem adhærentem reducantur. Quando autem ſolus numerus integer per fractionem eſt multiplicandus, tunc numero integro ſupponatur vnitas, vt fiat quaſi fractio, & multiplicatio procedet vt prius dictum eſt. Vt ſi ſint multiplicanda 6 per $\frac{2}{3}$ ſic ſtabit exemplum $\frac{6}{1}$ per $\frac{2}{3}$, & iuxta praxim iam dictam prodibunt $\frac{12}{3}$ hoc eſt 4 integra.

Neque mirere quod ex multiplicatione per minutiam prodeat minor numerus quam id quod fuerat multiplicandum, vt quod ex 6 in $\frac{2}{3}$ prodeant $\frac{12}{3}$ ſeu 4 integra, quę ſunt minus quam multiplicandus 6; id enim neceſſe eſt euenire quoties ſit multipli-

catio per fractionem, quæ vno integro minor eſt. Nam ſi 6 multiplicentur per 1, productum eſſet 6, quando ergo 6 multiplicantur per $\frac{2}{3}$, quæ ſunt minus quam 1, neceſſe eſt vt productũ ſit minus quam 6. Quod ſi fractio multiplicans maior eſſet vno integro tunc etiam prodibit numerus maior eo qui multiplicatur vt 6. multiplicata per $\frac{4}{3}$ ſunt $\frac{24}{3}$ hoc eſt 8 integra.

PRAXIS IV.

Diuiſio fractionum.

Expeditius fiet diuiſio minutiarum ſi ad multiplicationem reducatur hoc modo. Commutẽtur termini diuiſoris, hoc eſt Numerator fiat denominator & contra. Nam tunc ſi fiat multiplicatio vt docuimus paxi præcéd. abſoluta eſt diuiſio. Vt ſi ſint diuidendæ $\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{7}$ ex diuiſore commutatis terminis fiet minutia

nutia $\frac{9}{4}$, deinde operando iuxta præcedentem praxim 2 in 9 ſunt 18, & 3 in 4 ſunt 12; ſi ergo diuidantur $\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{9}$ Quotiens erit $\frac{18}{12}$.

Examen fiet per multiplicationem.

Neque rurſus mirum videri debet, quod in diuiſione fractionum Quotiẽs ſit maior fractione diuidenda; id enim fieri neceſſe eſt, cum fractio diuidens minor eſt quam diuidenda; tunc enim pluries quam ſemel diuidens in diuiſa continetur. Quare quotiens erit pluſquam vnitas; ſiquidem Quotiens omnis indicare debet quoties diuiſor in diuidendo contineatur.

PRAXIS VII.

Quando numeri integri aut ſoli, aut cum fractionibus occurrẽt in diuiſione minutiarum, reducentur ad fractionem commodæ denominationis; vt apparet in varijs hiſce exemplis.

Collocatio Quotiens.
exempli.

Integra per fractionem.

I | 6 per $\frac{3}{4}$ | $\frac{6}{1}$ $\frac{4}{3}$ | $\frac{24}{3}$ | ſeu 8.

Integra per integra cum fractione.

II | 4 per 2 $\frac{1}{3}$ | $\frac{4}{1}$ $\frac{3}{7}$ | $\frac{12}{7}$ ſeu 1 $\frac{5}{7}$

Fractio per integra.

III | $\frac{3}{4}$ per 2 | $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{2}$ | $\frac{3}{8}$

Fractio per integra cum fractione

IV | $\frac{4}{5}$ per 3 $\frac{2}{5}$$\frac{4}{5}$ | $\frac{5}{17}$ | $\frac{20}{85}$ ſeu $\frac{4}{17}$.

Integra cum fractione per fractionem

V | 5 $\frac{2}{3}$ per $\frac{3}{4}$ | $\frac{17}{3}$ $\frac{4}{3}$ | $\frac{68}{9}$ ſeu 7 $\frac{5}{9}$.

Integra cum fractione per integra cum fractione.

VI | 2 $\frac{1}{3}$ per 3 $\frac{1}{4}$ | $\frac{7}{3}$ $\frac{4}{13}$ | $\frac{28}{39}$

Integra cum fractione per integra.

VII | 3 $\frac{2}{5}$ per 4 | $\frac{17}{5}$ $\frac{1}{4}$ | $\frac{17}{20}$

In

In poſtremo exemplo ſi numerus integrorum diuidendus eſſet magnus, priùs eſſent diuidenda integra per integra, & ſi quid maneat poſt diuiſionem, hoc reſoluetur in fractionem ei quæ adiũgitur ſimilem, & reliqua fient iuxta exempla poſita. Vt ſi eſſent diuidenda 935 $\frac{2}{6}$ per 3 prius diuidatur 935 per 3 & erit Quotiens 311 manebũtque 2 poſt diuiſionem, quæ reſoluta in ſextas, quæ adhærent diuidendo, facient cum illis $\frac{14}{6}$. Has diuide per 3 & erit Quotiens $\frac{14}{18}$, Quare ſi 935 $\frac{2}{6}$ diuidantur per 3, totus Quotiens erit 311 $\frac{14}{18}$ ſeu $\frac{7}{9}$.

Eodem modo procedes ſi in penultimo exemplo numeri integrorum eſſent magni.

CAPVT X.

De fractionibus fractionum.

QVIA non ſolum integra in partes diuiduntur, ſed etiam partes ipſæ in minores particulas; hinc non tantum fractiones, ſed etiam fractiones fractionum ſunt, ſeu minutiæ minutiarum. Dupliciter autem fractio ſecari poteſt. Primo vt vna tantum pars fractionis in minores particulas diuidatur; vt ſi ex duabus tertijs vna diuidatur in duas ſecundas. Hæc dici poſſet *Fractio Partis*, in qua frangitur non tota fractio, ſed eius pars vnica. Secundo ſi omnes ſimul partes fractionis diuidantur, vt cum dico vna ſecunda, duarum tertiarum & hæc dici deberet *Fractio Fractionis*. Differunt autem valore hæ minutiarum fractiones. nam ſi aureus verbi cauſſa aſſium 60 diuidatur in tertias

tias partes ſeu florenos, & ex vna tertia ſeu floreno ſumantur duę quintę, ſumpti erunt aſſes octo, & hæc erit *Fractio Partis*: at ſi ſumantur duæ quintæ ex duabus tertijs accipientur 16 aſſes, quę erit *Fractio* totius *Fractionis*.

Porro quamuis valore non parum diſcrepent hæ fractiones modo tamen ſcribendi non differunt; quare ex ſubiecta materia diſcerni oportebit an fractio partis, an vero fractionis ſit intelligenda. Rarior tamen eſt vſus fractionis qua tota fractio diuiditur, vnde apud Arithmeticos) niſi aliud indicetur) plerumque fractio partis intelligenda eſt, qualis ſolet remanere ex diuiſione numeri integri cum fractione, per numerum integrum.

Sic vero ſolent ſcribi fractiones fractionum, vt in prima tantum interſecatur linea & inter fractiones reliquas punctum ſignetur hoc modo $\frac{1}{2}.\frac{3}{4}$ quæ ſi ſit fractio partis ſignificat vnam ſecundam vnius è tribus quartis, Quod ſi

eſſet

eſſet fractio totius fractionis ſignificaret vnam ſecundam trium quartarum. Hęc vero $\frac{1}{2}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{5}{6}$ ſi ſumatur vt; ſectio partis eſt vna ſecunda, vnius è tribus quartis ſumptis ex vna quinque ſextarum, Si vero ſumatur vt fractio totius erit vna ſecunda ttium quartarum ex 5 ſexti.

Quando igitur ſiue fractio partis ſiue fractio totius fractionis minutiæ adhæreſcit, priuſquam vel additio vel alia operatio fiat circa minutiam illam, Fractio fractionis vel ad ſimplicem minutiam reduci debet, vel addi ad minutiã cuius eſt fractio quod vtrumque mox docebimus, & primo quidem de fractione partis, & poſtmodum etiam de fractione totius fractionis.

Praxis I.

Reductio fractionis, quæ pars Minutiæ diuiditur, ad fractionem ſimplicem.

Denominatores inter ſe multiplicetur,

tur, & prodibit denominator minutiæ ſimplicis, numerator vero erit idem qui prius erat in prima parte fractionis. Vt ſi detur $\frac{1}{2}.\frac{3}{4}$ hoc eſt vna ſecunda vnius è tribus quartis, multiplicetur 2 per 4 & fiet 8, cui ſuperponas 1 & fiet minutia $\frac{1}{8}$ æquiualens illi $\frac{1}{2}.\frac{3}{4}$

Quod ſi fractio pluribus quam duobus membris conſtat, multiplica primum denominatorem in ſecundum, & productum ex his duobus duc in tertium, &c. donec venias ad vltimam partem fractionis, eritque vltimo productus numerus denominator minutiæ æquiualentis, cui addetur numerator idem qui prius. Vt hæc minutia $\frac{1}{2}.\frac{3}{4}.\frac{5}{6}$ multiplicando 2 in 4 vt fiant 8 & 8 in 6. vt ſint 48, reducetur ad hanc ſimplicem æquiualentem $\frac{1}{48}$.

PRA-

PRAXIS II.

Additio eiuſdem fractionis ad eam cuius pars diuiditur.

Hanc additionem alij Inſitionem vocant, quę ſic peragitur. Denominatores inter ſe multiplica, vt prodeat denominator nouæ minutiæ. Numerator vero habebitur ſi denominator prioris minutiæ in numeratorem poſterioris ducatur & producto adijciatur numerator prioris miuutiæ. Vt ſi velis hanc fractionem $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$ addere ad $\frac{4}{5}$ duc 3 in 5 & fiunt 15 pro denominatore. Deinde 3 in 4 ſunt 12 & addito numeratore 2 fiunt 14 pro numeratore. Fit ergo minutia $\frac{1}{1}$ $\frac{4}{5}$ æquiualens $\frac{4}{5}$ & $\frac{2}{3}$. $\frac{4}{5}$.

Quod ſi tribus aut pluribus membris conſtet fractio, duc duos denominatores primos inter ſe, & productum ex his in tertium denominatorem &c. & quod vltimo prodibit erit deno-

denominator nouæ minutiæ. Pro numeratore vero numerator vltimæ minutiæ ducatur in denominatorem penultimæ, & producto addatur numerator eiuſdem penultimæ, hoc deinde aggregatum ducatur in denominatorem antepenultimæ, & eiuſdem numerator adijciatur numero producto; ſicque vltra pergatur ſi fuerint plura membra quàm tria; nam quod vltimo prodibit erit numerator minutiæ quæſitæ. Vt ſi lubet hanc minutiam $\frac{1}{2}.\frac{3}{4}.\frac{5}{6}$. hoc eſt vnam ſecundam vnius quartæ ex vna ſexta, & vnam quartam vnius ſextæ addere ad $\frac{5}{6}$ duc duo in 4 & erunt 8, 8 in 6 & fient 48 denominator nouæ minutiæ. Deinde 5 in 4 ſunt 20 & additi 3 fiunt 23, quæ ducta in 2 ſunt 46 quibus addito 1 fiunt denique 47 pro numeratore. Erit ergo minutia $\frac{47}{48}$ æqualis minutijs datis conflatis in vnum.

PRA-

PRAXIS III.

Reductio fractionis, qua tota fractio diuiditur ad ſimplicem minutiam.

Multiplicentur inter ſe tam numeratores quàm denominatores; prodibunt enim numerator & denominator ſimplicis minutię æquiualentis. Vt ſi dentur $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$ hoc eſt duæ tertię trium quartarum, duc inter ſe numeratores 2 & 3 fient 6 numerator nouæ minutiæ. Similiter denominatores ducantur alter in alterum & fient 12; erit ergo minutia $\frac{6}{12}$ ęquiualens iſti $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$.

Quod ſi fractio fractionis conſtaret tribus aut pluribus membris, multiplicabuntur numeratores duo inter ſe, & productum ducetur in tertium &c. vltimæ enim multiplicationis productum erit numerator nouæ minutię. Idem in denominatoribus fiet. Vt hæc $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ ęquiualent iſti $\frac{30}{72}$ ſeu $\frac{5}{12}$.

PRA-

PRAXIS IV.

Additio eiuſdem fractionis ad eam quæ diuiditur.

Denominatores inter ſe multiplicētur & habebitur denominator nouæ minutiæ. Deinde numerator poſterioris multiplicetur per denominatorem prioris, & huic producto addatur productum alterum ex numeratoribus inter ſe; nam conflatum ex vtroque erit numerator nouę minutiæ. Vt ſi detur minutia $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$ & velis hanc minutiam addere ad $\frac{4}{5}$ duces 3 in 5 & fient 15 denominator nouæ minutię. Deinde duces 4 in 3 & fient 12, item 2 in 4 & fient 8 quod productum ſi addatur priori 12, erunt 20 pro numeratore nouę minutiæ, erit ergo minutia $\frac{20}{15}$ æquiualens iſtis ſimul ſumptis $\frac{4}{5}$ & $\frac{2}{3}$. $\frac{4}{5}$.

Quod ſi minutia data haberet plura quàm

quam duo membra tenebis eandẽ multiplicandi methodum ſiue in denominatoribus ſiue in numeratoribus, incipiendo ab extremo membro, vt in ſimili aliquoties dictum eſt. Exẽpli cauſſa ſi detur $\frac{2}{3}$. $\frac{4}{5}$. $\frac{6}{7}$ hoc eſt duæ tertiæ quatuor quintarũ ex ſex ſeptimis, & quatuor quintæ ſex ſeptimarum addendæ ad $\frac{6}{7}$; duc 3 in 5 & erunt 15; item 15 in 7 & fient 105 pro denominatore nouæ minutiæ. Nunc vero pro numeratore, 6 in 5 ſunt 30, & 4 in ſex ſunt 24, quod ſi addideris priori producto 30. fiet 54. Deinde 54 in 3 ſunt 162, quibus adde 2 in 4 ſeu 8, & 8 in 6 ſeu 48, fietque numerus 210 numerator nouę minutiæ $\frac{210}{105}$ ſeu 2 integra. Si ergo duas tertias quatuor quintarum ex ſex ſeptimis, & quatuor quintas ſex ſeptimarum, addas ad ſex ſeptimas, habebis duo integra.

C A-

CAPVT XI.

De regula Trium ſeu Proportionum.

Regvla trium eſt methodus, quæ ex tribus numeris cognitis elicitur quartus incognitus. Ab his ergo tribus numeris cognitis dicitur regula Trium. Dicitur etiam regula aurea, ob immenſam vtilitatem, Regula Proportionum, quia verſatur inter numeros proportionales, docet enim datis tribus ordine numeris inuenire quartum, qui ſe habeat ad tertium, ſicut ſecundus ad primum. Exempli gratia: Emit quiſpiam 2 vlnas panni tribus aureis; quæritur quot vlnas ſit empturus 6 aureis? Dantur ergo tres numeri cogniti, 3 aurei, 2 vlnæ, 6 aurei & quartus quæritur, nimirum numerus vlnarum, quæ veneunt tribus aureis. Cumque iuſtus emptor & venditor velle debeat, vt

quæ

quæ eſt proportio pretij minoris ad pauciores vlnas, eadem ſit pretij maioris ad vlnas plures; hæc quæſtio non aliud poſtulat, quam inueniri quarum vlnarũ numerum, qui ſe habeat ad pretium maius ſex aureorum, ſicut ſecundus, ſeu minor vlnarum numerus ſe habet ad primum, ſeu ad minus pretiũ. Hunc autem quartum numerum inueniemus hac praxi.

PRAXIS I.

In quæſtione quę ſoluenda proponitur, duo ſunt numeri de eadẽ re, quorum alter qui quæſtionem habet annexam tertio loco collocari debet; alter vero qui eſt de eadẽ re primum locum occupabit; medium denique ſeu ſecundum locum tenebit numerus, qui eſt de re diuerſa, vt in exẽplo allato, duo ſunt termini de eadem re nimirum de aureis nummis, cum dico tribus aureis emuntur duæ vlnæ, quot igitur ementur 6 aureis? Hic inquam duo ſunt numeri 3

&

& 6 de aureis, & numerus 6 habet adiunctam quæſtionem & notam interrogationis; quare tertio loco collocabitur: 3 vero qui numerus eſt de eadem re primo loco cōſtituetur; reliquus vero 2 vlnæ qui eſt de rę diuerſa ſtabit medius, vt hic vides,

3 aurei, 2 vlnæ. 6 aurei.

PRAXIS II.

Duc ſecundum numerum in tertiũ, & productum diuide per primum: nam Quotiens erit numerus quartus qui quæritur & ſatisfacit quęſtioni. Vt in ſuperiore exemplo duc 2 in 6 & fiunt 12, quæ ſi diuidas per 3 erit Quotiens 4 3. aurei 2 vlnæ 6 aurei? 4 vlnæ.

Atque hic numerus eſt vlnarum quæ accipi debent pro 6 aureis ſi duæ vlnæ venduntur tribus aureis: æquum eſt enim duplo pretio, duplum vlnarum numerum comparari.

Ratio ſeu fundamentum huius regulæ eſt, quod, vt demonſtrat Euclides

des pro 19.7.tum quatuor numeri ſunt proportionales, ſeu ita ſe habent vt ſit tertius ad quartum, ſicut primus ad ſecundum; quando productum ex tertio in ſecundum æquale eſt producto ex quarto in primum, quod fit per operationem huius regulæ, Nam ex B in C fit numerus E & ex E diuiſo per A fit numerus D: productum ergo ex D in A erit E, ſicut etiam ex B in C.

E
A B 12 C D
3 2 6 4

EXAMEN I.

Multiplica quartum per primum, & ſi bona fuit operatio, prodibit idē numerus qui ex multiplicatione tertij per ſecundum, vt ex 3 in 4 prodeunt 12, ſicut ex 2 in 6.

CA-

CAPVT XII.

De regula Trium euerſa.

PER regulam trium modo explicatam ſatisfit quæſtioni, in qua quanto eſt maior numerus tertius habens quæſtionem annexam, tanto etiã maior erit numerus quartus quæſtioni ſatisfaciens. Interdum vero talis eſt quæſtio, vt quanto maior eſt numerus tertius, tanto minor ſit futurus quartus. Quo caſu vtendum eſt regula triũ euerſa, in qua collocatio quidem terminorum eadem eſt, ſed multiplicatur ſecundus per primum & productum diuiditur per tertium contra quàm in regula trium recta faciendum eſt, vnde hæc regula euerſa dicitur: cuius vſum quando deſideret quæſtio ſatis ipſa res indicabit. Exẽpli cauſſa: imminente

 obſidio-

PRAXIS II.

Additio eiuſdem fractionis ad eam cuius pars diuiditur.

Hanc additionem alij Inſitionem vocant, quę ſic peragitur. Denominatores inter ſe multiplica, vt prodeat denominator nouæ minutiæ. Numerator vero habebitur ſi denominator prioris minutiæ in numeratorem poſterioris ducatur & producto adijciatur numerator prioris miuutiæ. Vt ſi velis hanc fractionem $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$ addere ad $\frac{4}{5}$ duc 3 in 5 & fiunt 15 pro denominatore. Deinde 3 in 4 ſunt 12 & addito numeratore 2 fiunt 14 pro numeratore. Fit ergo minutia $\frac{1}{1}\frac{4}{5}$ æquiualens $\frac{4}{5}$ & $\frac{2}{3}$. $\frac{4}{5}$.

Quod ſi tribus aut pluribus membris conſtet fractio, duc duos denominatores primos inter ſe, & productum ex his in tertium denominatorem &c, & quod vltimo prodibit erit deno-

denominator nouæ minutiæ. Pro numeratore vero numerator vltimæ minutiæ ducatur in denominatorem penultimæ,& producto addatur numerator eiuſdem penultimæ,hoc deinde aggregatum ducatur in denominatorem antepenultimæ, & eiuſdem numerator adijciatur numero producto; ſicque vltra pergatur ſi fuerint plura membra quàm tria; nam quod vltimo prodibit erit numerator minutiæ quæſitæ. Vt ſi lubet hanc minutiam $\frac{1}{2}.\frac{3}{4}.\frac{5}{6}$. hoc eſt vnam ſecundam vnius quartæ ex vna ſexta, & vnam quartam vnius ſextæ addere ad $\frac{5}{6}$ duc duo in 4 & erunt 8, 8 in 6 & fient 48 denominator nouæ minutiæ. Deinde 5 in 4 ſunt 20 & additis 3 fiunt 23, quæ ducta in 2 ſunt 46 quibus addito 1 fiunt denique 47 pro numeratore. Erit ergo minutia $\frac{47}{48}$ æqualis minutijs datis conflatis in vnum.

PRA-

PRAXIS III.

Reductio fractionis, qua tota fractio diuiditur ad ſimplicem minutiam.

Multiplicentur inter ſe tam numeratores quàm denominatores; prodibunt enim numerator & denominator ſimplicis minutię æquiualentis. Vt ſi dentur $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$ hoc eſt duæ tertię trium quartarum, duc inter ſe numeratores 2 & 3 fient 6 numerator nouæ minutiæ. Similiter denominatores ducantur alter in alterum & fient 12; erit ergo minutia $\frac{6}{12}$ ęquiualens iſti $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$.

Quod ſi fractio fractionis conſtaret tribus aut pluribus membris, multiplicabuntur numeratores duo inter ſe, & productum ducetur in tertium &c. vltimæ enim multiplicationis productum erit numerator nouæ minutię. Idem in denominatoribus fiet. Vt hæc $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ ęquiualent iſti $\frac{30}{72}$ ſeu $\frac{5}{12}$.

PRA-

PRAXIS IV.

Additio eiuſdem fractionis ad eam quæ diuiditur.

Denominatores inter ſe multiplicetur & habebitur denominator nouæ minutiæ. Deinde numerator poſterioris multiplicetur per denominatorem prioris, & huic producto addatur productum alterum ex numeratoribus inter ſe; nam conflatum ex vtroque erit numerator nouę minutiæ. Vt ſi detur minutia $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$ & velis hanc minutiam addere ad $\frac{4}{5}$ duces 3 in 5 & fient 15 denominator nouæ minutię. Deinde duces 4 in 3 & fient 12, item 2 in 4 & fient 8 quod productum ſi addatur priori 12, erunt 20 pro numeratore nouę minutiæ, erit ergo minutia $\frac{20}{15}$ æquiualens iſtis ſimul ſumptis $\frac{4}{5}$ & $\frac{2}{3}$. $\frac{4}{5}$.

Quod ſi minutia data haberet plura quàm

quam duo membra tenebis eandẽ multiplicandi methodum ſiue in denominatoribus ſiue in numeratoribus, incipiendo ab extremo membro, vt in ſimili aliquoties dictum eſt. Exẽpli cauſſa ſi detur $\frac{2}{3}$. $\frac{4}{5}$. $\frac{6}{7}$ hoc eſt duæ tertiæ quatuor quintarũ ex ſex ſeptimis, & quatuor quintæ ſex ſeptimarum addendæ ad $\frac{6}{7}$; duc 3 in 5 & erunt 15, item 15 in 7 & fient 105 pro denominatore nouæ minutiæ. Nunc vero pro numeratore, 6 in 5 ſunt 30, & 4 in ſex ſunt 24, quod ſi addideris priori producto 30. fiet 54. Deinde 54 in 3 ſunt 162, quibus adde 2 in 4 ſeu 8, & 8 in 6 ſeu 48, fietque numerus 210 numerator nouę minutiæ $\frac{210}{105}$ ſeu 2 integra. Si ergo duas tertias quatuor quintarum ex ſex ſeptimis, & quatuor quintas ſex ſeptimarum, addas ad ſex ſeptimas, habebis duo integra.

CAPVT XI.

De regula Trium ſeu Proportionum.

REGVLA trium eſt methodus, quæ ex tribus numeris cognitis elicitur quartus incognitus. Ab his ergo tribus numeris cognitis dicitur regula Trium. Dicitur etiam regula aurea, ob immenſam vtilitatem, Regula Proportionum, quia verſatur inter numeros proportionales, docet enim datis tribus ordine numeris inuenire quartum, qui ſe habeat ad tertium, ſicut ſecundus ad primum. Exempli gratia: Emit quiſpiam 2 vlnas panni tribus aureis; quæritur quot vlnas ſit empturus 6 aureis? Dantur ergo tres numeri cogniti, 3 aurei, 2 vlnæ, 6 aurei & quartus quæritur, nimirum numerus vlnarum, quæ veneunt tribus aureis. Cumque iuſtus emptor & venditor velle debeat, vt

quæ

quæ eſt proportio pretij minoris ad pauciores vlnas, eadem ſit pretij maioris ad vlnas plures; hæc quæſtio non aliud poſtulat, quam inueniri quarum vlnarũ numerum, qui ſe habeat ad pretium maius ſex aureorum, ſicut ſecundus, ſeu minor vlnarum numerus ſe habet ad primum, ſeu ad minus pretiũ. Huncautem quartum numerum inueniemus hac praxi.

Praxis I.

In quæſtione quę ſoluenda proponitur, duo ſunt numeri de eadẽ re, quorum alter qui quæſtionem habet annexam tertio loco collocari debet; alter vero qui eſt de eadẽ re primum locum occupabit; medium denique ſeu ſecundum locum tenebit numerus, qui eſt de re diuerſa, vt in exẽplo allato, duo ſunt termini de eadem re nimirum de aureis nummis, cum dico tribus aureis emuntur duæ vlnæ, quot igitur ementur 6 aureis? Hic inquam duo ſunt numeri 3 &

& 6 de aureis, & numerus 6 habet adiunctam quæſtionem & notam interrogationis; quare tertio loco collocabitur: 3 vero qui numerus eſt de eadem re primo loco cõſtituetur; reliquus vero 2 vlnæ qui eſt de re diuerſa ſtabit medius, vt hic vides,

3 aurei, 2 vlnæ. 6 aurei.

PRAXIS II.

Duc ſecundum numerum in tertiũ, & productum diuide per primum: nam Quotiens erit numerus quartus qui quæritur & ſatisfacit quęſtioni. Vt in ſuperiore exemplo duc 2 in 6 & fiunt 12, quæ ſi diuidas per 3 erit Quotiens 4 3. aurei 2 vlnæ 6 aurei? 4 vlnæ.

Atque hic numerus eſt vlnarum quæ accipi debent pro 6 aureis ſi duæ vlnæ venduntur tribus aureis: æquum eſt enim duplo pretio, duplum vlnarum numerum comparari.

Ratio ſeu fundamentum huius regulæ eſt, quod, vt demonſtrat Euclides

des pro 19.7.tum quatuor numeri ſunt proportionales, ſeu ita ſe habent vt ſit tertius ad quartum, ſicut primus ad ſecundum; quando productum ex tertio in ſecundum æquale eſt producto ex quarto in primum, quod fit per operationem huius regulæ. Nam ex B in C fit numerus E & ex E diuiſo per A fit numerus D: productum ergo ex D in A erit E, ſicut etiam ex B in C.

E

A B 12 C D

3 2 6 4

EXAMEN I.

Multiplica quartum per primum, & ſi bona fuit operatio, prodibit idē numerus qui ex multiplicatione tertij per ſecundum, vt ex 3 in 4 prodeunt 12, ſicut ex 2 in 6.

C A-

Digitized by Google

CAPVT XII.

De regula Trium euerſa.

PER regulam trium modo explicatam ſatisfit quæſtioni, in qua quanto eſt maior numerus tertius habens quæſtionem annexam, tanto etiã maior erit numerus quartus quæſtioni ſatisfaciens. Interdum vero talis eſt quæſtio, vt quanto maior eſt numerus tertius, tanto minor ſit futurus quartus. Quo caſu vtendum eſt regula triũ euerſa, in qua collocatio quidem terminorum eadem eſt, ſed multiplicatur ſecundus per primum & productum diuiditur per tertium contra quàm in regula trium recta faciendum eſt, vnde hæc regula euerſa dicitur: cuius vſum quando deſideret quæſtio ſatis ipſa res indicabit. Exẽpli cauſſa: imminente

obſidione cenſentur in arce hominum capita 2000, & cõuecta eſt annona quæ ijs ſufficiat ad menſes 5. Princeps tamẽ moneri curat arcis Præfectum tolerandam eſſe obſidionem menſium 8. Quærit igitur Præfectus quot capita bello minus vtilia debeat ex arce emittere; ſeu quot milites poſſit alere per 8 menſes eâ annonâ quæ ſufficit duobus millibus ad 5 menſes. Hic terminus tertius adiunctam habens quæſtionem eſt 8 menſes, & ſi maior eſſet numerus menſium obſidionis, tanto minor numerus prodiret militum, qui ali poſſunt 8 mẽſibus, atque hic numerus pro quarto termino quæritur. Vtendum ergo regula trium euerſa, & terminis rite collocatis,

5, menſes, 2000 milites, 8 menſes? 1250 milites,

Multiplicetur primus numerus per ſecundum & prodibunt 10000 qui numerus diuidatur per 8 & Quotiens erit 1250. Poteſt ergo Præfectus ſpatio 8 menſium alere ſuâ annonâ milites

lites 1250, quem numerum ſi auferas ex 2000, manebunt 750 capita dimittenda ex arce.

CAPVT XIII.

De Regula Trium compoſita.

REGVLA trium compoſita non eſt aliud quam ſimplex ſæpius repetita, vt ſi quis petat; cum conuictores duo ſoluant hebdomadis 4, florenos 16, quantum ſoluent cōuictores 5, hebdomadis 6; Quia hic pluſquam tres termini noti ſunt, reducendi erunt ad tres, aut pluries vſurpanda regula triū. Primū igitur ex quinque terminis datis, ille qui ſolus eſt de vna re, ponatur pro ſecundo termino, vtrimque vero ponantur qui bini ſunt de eadem re; vt in exemplo allato, qui ſolus eſt de florenis eſt 16; medius ergo cōſtituetur hic numerus & vtrinque collocabūtur

bini qui de eadē re ſunt, vt hic factum vides. Deinde fiet operatio regulæ triū inter tres terminos ſuperiores, multiplicando 16 per 5, & diuidendo per 2; prodibit enim pro quarto termino 40. qui collocetur pro ſecundo termino operationis ſecundæ; factaque rurſus operatione regulæ trium prodibit quotiens 60, & totidem florenos debebunt ſoluere conuictores 5 hebdomadis 9.

Conu.	Flor.	Conu,	Flor.
2.	16.	5?	40.
Hebd.		Hebd.	
4.	40.	6?	60.

Breuius eadem quæſtio abſoluetur multiplicando inter ſe terminos, qui primo loco conſtituti ſunt, & ſimiliter eos qui tertio; tum enim vnica operatione regulæ Trium res conficietur: vt in exemplo dato multiplico 2 conuictores, per numerum hebdomadarum 4, & fiunt 8 pro primo termino. Similiter 5 conuictores multiplico per hebdomadas 6, & fiunt 30 pro tertio

tertio loco. Medius vero conſtituetur terminis 16 floreni & facta operatione regulæ trium prodeunt 60 floreni, vt ante,

8. 16. 30. 60.

Atque hę praxes altera alteri erunt examinis loco.

CAPVT XIV.

De Regula Societatum

REGVLA Societatum eſt qua commune quidpiam pluribus diſtribuitur pro rata portione. Eius vſus eſt inter mercatores, qui plures pecunias in communem burſam conferũt: vnde poſtea, ſi quid lucri emerſit aut damni, ſinguli quod equum eſt lucri aut damni percipiunt pro rata portione pecuniæ quam in commune periculum expoſuerunt.

PRAXIS I.

Collige in vnam ſummam, omnem pecuniam, quæ in commune collata eſt ab omnibus; nam hæc erit pro primo termino regulæ trium: ſecundus erit lucrum vel damnum cõmune; tertius pecunia à ſingulis collata. Deinde operando toties per regulam trium quot ſunt ſummæ collatæ à ſingulis mercatoribus; prodibit ſingulorum lucrum, vel damnum quod quærebatur. Exempli gratia ſint tres mercatores, quorum primus in commune contulerit aureos 216, ſecundus 244, tertius 172, & ex pecunia illa ſac proueniſſe lucrum aureorum 400, Quæritur quod ſit lucrum ſingulorum. Colligantur in vnam ſummam pecuniæ collatæ, eritque ſumma 632 aurei pro primo termino, reliqui vero collocabuntur iuxta ante dicta vt hic vides.

$$632.\ 400. \begin{cases} 216? \\ 244? \\ 172? \end{cases} \text{Fiunt} \begin{cases} 136\frac{448}{632} \\ 154\frac{272}{632} \\ 108\frac{544}{632} \end{cases}$$

PRAXIS II.

Quod ſi diuerſitas temporis interceſſerit quo quiſque mercator pecuniam reliquit in ſocietate, eius merito ratio habenda eſt. Tunc igitur antequam colligantur in vnum pecuniæ ſingulorum, multiplicentur per tempus quo quiſque habuit pecuniam in communi burſa, & tunc demum fiat additio, cuius ſumma erit primus terminus; ſecundus erit lucrum commune, tertius pecunia cuiuſque multiplicata per ſuũ tempus; & facta operatione vt dictum eſt praxi ſuperiore, prodibit lucrum ſingulorum.

PRAXIS I.

Cōſtituantur pretia minora ſub maioribus, aut contra & alligentur inter ſe; hoc eſt exceſſus maioris ſupra medium, collocetur ad latus minoris, & contra defectus minoris ponatur ad latus pretij maioris. Vt in exēplo allato in quo pretium mediū eſt 30, maius 36, minus 28, exceſſus maioris qui eſt 6 ponetur ad latus minoris & defectus minoris qui eſt 2 adſcribetur ipſi maiori vt factum hic vides.

	36.	2
30		
	28.	6

PRAXIS II.

Differentiæ pretiorum, hoc eſt tam exceſſus quam defectus à pretio medio, colligantur in vnam ſummam pro primo termino regulæ trium; ſecundus vero erit res redigenda ad commune pretium, tertius ſingulæ differentiæ

pretiorum; iterabiturque toties regula trium quot fuerint pretia diuerſa. Vt in exemplo noſtro ſumma differentiarum eſt 8, res ad commune pretium redigenda 12000 librarum argenti, ita ergo ſtabit exemplum.

Sũma 8 12000. lib. quantũ { 2? 3000 lib. purioris. / 6? 9000 lib impurioris

Quod ſi Princeps non præſcribat numerum librarum miſcendarum ſed petat tantum qua proportione miſcenda ſit vna libra, ſtabit exemplum vt prius mutato termino ſecundo.

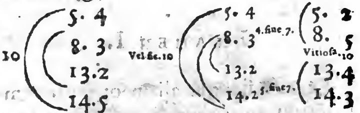
Sũma. 8. 1. libra quantũ { 2? $\frac{2}{8}$ ſeu $\frac{1}{4}$ purioris. / 6? $\frac{6}{8}$ ſeu $\frac{3}{4}$ impurioris.

Debet ergo ea proportione miſceri argentum vt cum ponetur vna quarta purioris, admiſceantur tres quartæ impurioris argenti.

PRAXIS. III.

Quando plura erunt quam duo pretia, variè inter ſe colligari poſſunt permu-

tatis differentijs; dummodo vnumquodque pretium vt mininum ſemel alligetur, pluries enim vnum alligari nihil vetat. Obſeruabis tantum vt maius ſemper cum aliquo minori, numquam autem, vel duo maiora, vel duo minora medio pretio, colligentur inter ſe. Vt ſi Principi volenti fundere tormenta bellica, offerantur varia æris genera, & viliorum metallorum, vnum cuius libra ſit aſſium 5, ſecundum 8, tertium 13. quartum 14, quæ velit ita miſceri vt libra ſit aſſium 10; collocabuntur ordine pretia, quę variè poſſunt colligari



Cum plus de aliquo genere volemus miſceri, pluries tantum erit alligandum; vt in ſecunda colligatione plus de ſecundo & quarto metallo accipietur, quia maior differentia illis

 adiacet

adiacet quam cæteris. Vitioſa autem eſt colligatio tertia quia in ea duo ſimul maiora alligantur & duo ſimul minora, quod vtrumque vitandum eſt.

Obſeruabis etiam cum idem genus pluribus alijs alligatur, differentias plures in vnum debere colligi, vt vides factum in ſecunda alligatione, iuxta quam ita perficietur exemplum.

Summa Differentiarum	4? $\frac{4}{20}$
20. 1. lib. quantum	7? $\frac{7}{20}$
	2? $\frac{2}{20}$
	7? $\frac{2}{20}$

EXAMEN I.

Examen fiet per aliam operationem regulæ trium: nam ſi pro primo termino ſumatur menſura cuiuſque generis, & pro ſecundo eiuſdem pretium, pro tertio, portio iuxta quam vnumquodque miſcetur, prodibunt pretia cuiuſque portionis, quæ in vnum

collecta

collecta æqualia erunt pretio medio, ſi bona fuit operatio. Vt in exemplo mox allato, Dic; vna libra primi metalli eſt 5 aſſium, quanti erunt $\frac{4}{20}$? & inuenies eſſe $\frac{20}{20}$ ſiue vnius aſſis. Item 1 libra ſecundi eſt 8. quanti $\frac{7}{20}$? vt erit $\frac{56}{20}$ hoc eſt 2 $\frac{16}{20}$ aſſium, Amplius 1 libra tertij eſt 13 aſſium, quanti $\frac{2}{20}$ & erunt $\frac{26}{20}$ ſiue 1 $\frac{6}{20}$ aſſis. Denique 1 libra quanti eſt 14 quãti $\frac{7}{20}$ & inuenies eſſe $\frac{98}{20}$ hoc eſt 4 $\frac{18}{20}$ aſſis, quæ omnia pretia ſi in vnum colligas efficientur aſſes 10, quod erat ſtatutum pretium commune.

CAPVT XVI.

De Regula falſi ſimplicis poſitionis.

DOCET regula falſi ex ſuppoſitione alicuius numeri qui re vera quæſtioni non ſatisfacit, numerum quæſitum inuenire qui ſoluat propoſitam

tam quæſtionē; quod ſit beneficio Regulæ Trium, ſeu Proportionum. Soluuntur namque per hanc regulam quæſtiones omnes, quorum termini dantur in certa proportione inter ſe conſtituti, & quorum proportio in ipſa quęſtionis propoſitione exprimitur

Quando enim datur vel totus numerus habens ſe in certa proportione ad partem incognitam, vel pars notæ proportionis ad totum incognitum; accipio aliquod totum cognitum & reſoluo in partes eiuſdem proportionis cuius ſunt illæ, quæ in quæſtione exprimuntur. Tum vero ex toto & parte numeri cogniti deuenio in cognitionem, vel partis, vel totius incogniti; ſi enim quęritur pars incognita, notæ tamen proportionis vt pars quarta alicuius numeri, pono pro primo termino regulæ trium, totum cognitū & pro ſecundo partem datæ proportionis, pro tertio vero totum quod datur in quæſtione, & operando iuxta regulā trium

neceſſario prodit pars ante incognita; quandoquidem per hanc regulam prodit 4ᵘˢ terminus ſe habẽs ad tertium, ſicut ſecundus ſe habet ad primum. In exemplo res erit manifeſtior. Quęritur numerus cuius quadruplum ſit 36. Hic datur totum notum 36, & quæritur quis numerus ſit eius pars quarta. Pono ergo pro primo termino totum aliquod cuius pars quarta mihi nota eſt, puta 24 cuius pars quarta eſt 6. & dico ſi 24 pro parte quarta dat 6 quid dabit 36? & habetur neceſſario pars ante incognita, quia quartus terminus qui prodibit ſe habebit ad 36; ſicut 6 ad 24 vt docuimus cap. 11. ſed 6 eſt pars quarta ipſius 24. ergo & terminus quartus erit pars quarta ipſius 36. Ita ergo ſtabit exemplum.

24 dant 6. 36? 9.

Quod ſi in quæſtione detur pars cognita & quæratur eius totum; tunc pro termino primo ponetur pars totius alterius cogniti, & pro ſecundo totum cognitum, pro tertio pars data

in quæſtione; & pro quarto prodibit totum incognitum. Vt ſi quæras. Quod eſt quadruplum numeri 9? Dicam; 6 eſt quarta pars numeri 24, cuius quarta erit 9?

6. dat 24. 9? 36.

In hoc igitur poſita eſt tota vis regulæ falſi, vt ex ſectionibus certæ proportionis numeri cogniti, per datam ſimilem in quæſtione proportionem deueniatur in cognitionem totius, vel partis in altero numero incognitæ. Quapropter cum proponitur quæſtio diligenter attendẽdum eſt, vt pro ſuppoſitione accipiamus numerum qui commode & ſine fractionum moleſtijs admittere poſſit ſectiones eius proportionis, quæ exprimitur in quæſtione. Verbi cauſſa Quidam in itinere Romano expendit $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{6}$ ſuæ pecuniæ, & ſuperſunt illi 36 aurei; quęritur quot ille aureos habuerit. Quærendus ergo mihi numerus, qui commode capiat diuiſionem in partes tertias & ſextas, qualis eſt 24, 36 & alij. Ponam ergo 24

cuius

cuius $\frac{1}{3}$ eſt 8, $\frac{1}{6}$ eſt 4, quæ ambæ partes ſi auferantur à toto 24 manebũt 12, longè ergo abſumus à ſolutione quæſtionis, quę ponit manſiſſe 36. Quia tamen habeo notum totum 24. ſectum in partes eiuſdem proportionis cuius ſunt illæ, quas proponit quęſtio, & ſcio poſt illas ſectiones manſiſſe 12, ſic deueniam ad numerum quæſitum. Si 12 mãſerunt ex toto 24 poſt ablatam $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{6}$, ex quo toto poſt ſimilem ablationem manebunt 36.

Dic ergo: 12. ex 24. Ex quo 36? 72.

Nã ſi ex 72 aureis expẽderit $\frac{1}{3}$ quę eſt 24 & $\frac{1}{6}$ quę eſt 12, manebũt illi 36 aurei.

Aliud exemplum. Miles gregarius, Decurio, & Centurio partiri volunt ſpolia 245 aureorum, ea lege vt Decurio Duplo plus, & Centurio triplo plus accipiat quã Miles. Hic ſumendus numerus qui facile multiplicetur in duplum & triplum: Ponamus ergo milites accipere 6 aureos, quare Decurio accipet 12, & Centurio 18, & omnes ſimul

ſimul acceperint 36, cum tamen habeat 245 diuidendos.

Si 36 dant 6, quantum dabunt 245? 40 $\frac{10}{36}$ ſeu $\frac{5}{6}$. Dic ergo

Nam ſi miles accipiat 40 $\frac{5}{6}$ Decurio habebit 80 $\frac{10}{6}$ & Centurio 120 $\frac{15}{6}$ qui numeri ſimul ſumpti ſunt 245.

Non eſt tamen diſſimulandum huiuſmodi quæſtiones ſæpe expeditius poſſe ſolui quam per regulam falſi. Vt in poſtremo exemplo ſi miles accipiatur pro 1. Decurio pro 2. Cẽturio pro 3, vt omnes ſimul ſint 6 & per hunc numerũ diuidatur ſumma propoſita prodibit Quotiens 40 $\frac{5}{6}$ pro militis portione, ex qua reliquę definientur. Item in penultimo exemplo cum ille expenderit $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{6}$ ſuæ pecunię, reducantur hę fractiones ad vnam & fient $\frac{3}{6}$ ſiue $\frac{1}{2}$ Expēdit igitur dimidiũ ſuorum aureorũ & cũ reſtẽt 36 ſine dubio habuit 72. Hęc ideo monuerim, quod ſæpe nõ ſit opus recurrere ad regulam falſi, cũ quis diligenter attendit tenorem quæſtionis.

Ex-

Explicuimus igitur vim atque vſum regulæ falſi, in qua vnicus ponitur numerus, ad alterum inueſtigandum, quæ ideo dicitur regula falſi ſimplicis poſitionis. Eſt enim alia duplicis poſitionis per quā omnes quęſtiones ſolui poſſunt quæ enodantur per ſimplicem poſitionem, & multo etiam plures de qua capite ſequenti. Quibus vero in quęſtionibus manca ſit ſimplex poſitio, vt propterea ad duplicem ſit recurrendum hoc loco diſcernamus, id enim video intereſſe non parum & obſcure admodum aut imperfectè traditum hactenus. Diximus initio regulam ſimplicis poſitionis totam niti regula Proportionum. Affirmo igitur tunc eſſe vtilem, cum in quæſtione exprimitur proportio terminorum vel iner ſe, vel in ordine ad numerum incognitū qui quęritur. Quando vero ponuntur termini in quæſtione quorum proportio non exprimitur, huic quęſtioni nō poteſt ſatisfieri, per ſimplicem, ſed duplex poſitio eſt adhibenda, Exempli cauſſa, ſiquis

ſiquis quærat numerum ex cuius dimidio ablatis 6 maneant 2, non potuit ſatisfieri per ſimplicem poſitionem, ſeu per regulam proportionum; quia non exprimitur proportio ipſius 6, vel ad dimidium, vel ad totum numerum qui quæritur. Vnde alterum iudicium practicum licebit colligere vt diſcernamus quando vtendum ſit duplici poſitione. Quotieſcunque enim tenor quæſtionis eſt huiuſmodi, vt numerus aliquis qui in quæſtione datur, debeat adhiberi ad ſectionem numeri quem ſum poſiturus; tunc opus eſt duplici poſitione. Vt in exemplo allato, ſi velim procedere iuxta quæſtionem, aſſumam verbi gratia numerum cognitum 24, ex cuius dimidio auferam 6: Vides igitur numerum 6, qui datus eſt in quæſtione, adhiberi ad ſectionem numeri, qui ponitur ad alterum inueſtigãdum: quare vnica poſitio & regula proportionum hic non ſatisfaciet; nam vt maneremus intra proportiones deberent 24 diuidi non per 6 ſed per numerum

qui

qui haberet ſe ad 24, ſicut 6 ſe habet ad numerum incognitum; deberet ergo indicari per quæſtionē quæ ſit illa proportio, & tunc locum haberet regula proportionum.

Quando igitur quæſtio non ſatis exprimit, quæ ſit terminorum proportio, videndum eſt an ea proportio non poſſit colligi ex ijs quæ dicũtur. Vt quia in exemplo allato dicitur, ablatis 6 ex dimidio manere 2; ſine dubio dimidiũ illud eſt 8, ſunt autē 6 tres quartæ ipſius 8. Quare ſi in quæſtione exprimatur, hæc proportio poterit ſolui per regulā proportionum. Vt ſi quæratur quis ſit numerus ex cuius dimidio ablatis $\frac{3}{4}$ ipſius dimidijs, maneant duo. Dicam ſic: Ex dimidio ipſius 24, quæ eſt 12. ablatis $\frac{3}{4}$ manent 3. Nunc vero per regulam proportionum.

Si 3 ex 24. ex quo prouenient 2? 16.

Nam ſi ex dimidio ipſius 16 quod eſt 8 auferantur 6, manebunt 2, vt volebat quæſtio.

Aliud

Aliud exemplum. Quot aureos habet ille qui ſi accipiat inſuper $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ ſuæ pecuniæ, & prçterea 50 aureos, habiturus eſt aureos 300? Non poteſt etiam hçc quæſtio ſolui per regulam proportionum; quia non exprimitur proportio ipſius 50 ad numerum incognitum qui quæritur; ſiue quia operando iuxta tenorem quçſtionis, numerus 50, qui dicitur in quæſtione, eſſet etiam adhibendus ad numerum ponendum per ſuppoſitionem falſi: deberet autem adhiberi non 50 ſed numerus qui ſe haberet ad numerum ponendum, ſicut ſe habet 50 ad numerum qui quçritur. Quia vero illa proportio non poteſt colligi ex ijs quæ dicuntur in quçſtione, hinc ſolui non poteſt quçſtio per regulam trium. Tūc vero conſiderandum eſt, an illud cuius proportio ſciri nequit, non poſſit ſeparari à reliquo quçſtionis. Dicit quçſtio; ſi 50 addantur ad partes nominatas, fore aureos 300 Separentur ergo 50 à 300 poſtea reſtituenda: & manebunt

250

250. Quæratur deinde iuxta tenorem reliquæ quęſtionis quot aureos habeat ille, cui ſi addatur $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ habiturus eſt 250. Ponamus illum habere aureos 48, ac proinde ſi addatur $\frac{1}{2}$ ſeu 24 $\frac{1}{3}$ ſeu 16: & $\frac{1}{4}$ ſeu 12; habebit 100, debebat autem habere 250. Dic ergo.

Si 100 proueniunt ex 48. Ex quo 250? 120.

Nam ſi ad 120 addantur dictæ partes, quæ ſunt 60. 40. 30 efficientur 250. quibus ſi adiungas 50 quæ ſeposueram; prodibunt 300. Habet ergo ille 120 aureos, & ſic ſoluta eſt quæſtio.

Duobus igitur hiſce modis quæſtiones ſolui potuerunt per ſimplicem poſitionem, quibus alioqui adhibenda foret duplex poſitio; inquirendo nimirum proportionem terminorum, quæ non ſatis exprimitur, vt in penultimo exemplo; aut ſi ea proportio nõ poteſt inueniri, ſeparãdo à quæſtione illud cuius ignoratur proportio, vt factum

factum eſt in exemplo vltimo. Quod ſi quæſtio ita ſit intricata vt neutro modo iuuari poſſimus, vtendum erit regula duplicis poſitionis, quam aggredimur explicare.

CAPVT XVII.

De Regula falſi duplicis poſitionis.

PROPOSITA quæſtione per hanc regulam enodanda, accipietur quiuis numerus commodus ad diuiſiones, quas poſtulat quæſtio, vt iam monuimus, iſque examinabitur an ſatisfaciat quæſtioni. Quod ſi non ſatisfecerit, accipietur alter numerus ſimiliter examinandus; & ſi ne hic quidem ſatisfecerit, tūc ex duobus erroribus verus numerus elicietur aptus ad ſoluēdam quęſtionē. Nam aut errores erūt ſimiles, vt ſit cum vterque peccat ſiue per exceſſum, ſiue per defectum; vel erūt diſſimiles, ita vt

vnus

vnus ſit per exceſſum, alter vero per defectum; Quouis autẽ modo peccari contigerit, elicietur veritas ex ſequentibus.

PRAXIS I.

Quando errores ſunt ſimiles.

Numerus, qui primo ponitur, collocetur ſuprà in ſiniſtra crucis parte, & infra error ſcribatur, adiuncta litera P ſi plus ſumptum eſt quã oportuit, aut litera M, ſi minus. Numerus vero ſecundæ poſitionis in parte crucis dextra annotetur cũ ſuo errore ſuppoſito; minor deinde errorum ex maiore ſubtrahatur, & reſiduum, quod erit differentia errorum, ad pedem crucis notetur, hic enim numerus erit diuiſor in operatione per quam quæſtio enodabitur. Collocatio igitur terminorum erit qualis hic apparet, vt prima poſitio ſit vbi A. A X C
primus error vbi B, ſecũda po- B D
ſitio vbi C, ſecundus error vbi E
D. Differẽtia errorũ ſeu diuiſor vbi E.

Terminis ſic collocatis multiplicentur numeri poſiti per errores alternos; hoc eſt prima poſitio per errorem ſecũdum, & ſecunda poſitio per errorẽ primum; minor deinde productorum numerus ſubtrahatur ex maiore, & reſiduũ quod erit differẽtia productorum, diuidatur per differentiam errorum, quod infra crucem pro diuiſore annotari iuſſimus; nam Quotiẽs huius diuiſionis erit numerus qui quæritur ad ſoluendam quæſtionem.

Exemplum. Quæritur numerus ex cuius dimidio ſi auferas $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ manẽt 8; Pro prima poſitione accipio 36 cuius dimidium eſt 18, ex quo ſublata $\frac{1}{2}$ quæ eſt 9, manent 9, & hinc ſublata $\frac{1}{3}$ eiuſdem 18, quę eſt 6 manent 3, cum debuiſſent ad ſoluẽdam quęſtionem manere 8. Defecimus ergo à veritate per 5 quæ infra annoto cũ litera M, quia eror eſt per defectũ. Sumo deinde pro ſecũda poſitione 60, cuius dimidiũ eſt 30, ex quo ablata $\frac{1}{2}$ manẽt 15, & inſuper

36	X	60
M		M
5		3
	Diuiſor	
	2	

iuſuper ablata $\frac{1}{3}$ manent 5, debuiſſent auté manere 8, Rurſus ergo errauimus per defectū & error eſt 3, quo errore ex primo 5 ſubtracto manent 2 differētia errorum ſeu diuiſor. Terminis diſpoſitis multiplico primā poſitionem 36 per errorem ſecundum 3, fiūtque 108: item ſecundam poſitionem 60 duco in primum errorē 5, & prodeūt 300. Subtraho ergo 108 ex 300 & manet 192, quæ diuido per differentiā errorum, ſeu per diuiſorē 2, & Quotiens eſt 96; atque hic numerus eſt qui quæritur & ſatisfacit quæſtioni: eius enim dimidiū eſt 48 ex quo ſi auferatur $\frac{1}{2}$ quę eſt 24 & $\frac{1}{3}$ quæ eſt 16 manebunt 8 vt volebat quęſtio.

Eadē planè methodus ſeruabitur cū vterque error contingeſt per exceſſum. Vt ad ſoluendam eandem quæſtionem, ſi prima poſitio ſit 120; error per exceſſum notatus litera P erit 2. Deinde ſecundus error per exceſſum ſit 7; differentia errorum ſeu diuiſor erit 5 productum ex prima poſitione

120	X	180
P		P
2		7
	Diuiſor	
	5	

 tione

tione in errorē ſecūdū fiet 840, productum alterum ex ſecunda poſitione in errorē primū 360, Differentia horum productorū 480, quæ ſi diuidantur per differentiam errorum, ſeu per diuiſorē 5 fit quotiens 96, qui numerus, vt ſupra oſtenſum eſt, ſatisfacit queſtioni,

PRAXIS II.

Quando errores ſunt diſſimiles.

Numeri circa crucē collocabūtur vt prius adiecta litera P. vbi erit exceſſus, & litera M. vbi defectus,

60 M 3 X 180 P 7
Diuiſor 10

Colligentur deinde errores in vnam ſummam & hęc ſumma erit diuiſor; ſimiliter colligentur in vnum numeri producti ex poſitionibus alternatim per errores multiplicatis, atque hæc ſumma ſi diuidatur per ſummam errorum quotiens erit numerus quæſitus. Vt in eodem exemplo quo quæritur numerus, ex cui' dimidio ſublata $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{7}$ maneant

manent 8, ſi prima poſitio ſit 60, error per defectũ erit 3; ſi deinde ſecũda poſitio ſit 180, error per exceſſũ erit 7; atque hi errores collecti in vnum dabunt diuiſorẽ 10. Multiplicẽtur ergo 60 per 7, & fiẽt 420; itẽ 180 per 3 & prodibũt 540, atque adeo ſi ambo producta 420 & 540, colligantur in vnã ſummã fient 960, quæ ſi diuidas per ſummã errorũ 10 Quotiens erit 96 quem numerũ oſtendimus quæſtioni ſatisfacere.

Breuiter cũ errores ſunt ſimiles differẽtia productorũ diuiditur per differẽtiã errorum; cum vero errores ſunt diſſimiles sũma productorũ diuiditur per ſummam errorum; & vtroque modo fit Quotiens ſatisfacturus quæſtioni.

CAPVT XVIII.

De extractione Radicis Quadratæ.

NVMERVS Quadratus eſt qui ex aliquo numero in ſeipſum ducto

producitur. Vt 4 eſt numerus Quadratus quia fit ex multiplicatione ipſius 2 per ſeipſum: nam 2 in 2 ſunt 4. Item 16 eſt numerus quia ex 4 in 4 gignitur. Quin etiam ab Arithmeticis licet improprie 1 dicitur Quadratum quia 1 in 1. facit 1. Numeri igitur quadrati ſic dicti ſunt quod vnitates quibus conſtant paribus interuallis, ſic diſponi poſſunt, vt Quadrati formam exhibeant, cuius figuræ latera omnia & anguli omnes ſunt æquales. Exempli gratia ſi numeri 16 quatuor vnitates in vna frõte collocẽtur; ac deinde tres alij quaternarij paribus ſpatijs diſtincti, efficietur Quadratum quale hic viſitur.

16

. . . .
. . . .
. . . .
. . . .

Radix Quadrata, latus, ſeu coſta Quadrati eſt numerus qui in ſe ductus producit Quadratũ; vt 2 eſt radix quadrata ipſius 4; ipſum autem 4 eſt radix quadrata numeri 16 &c. Dicitur autem hæc radix coſta ſeu latus; quia in latere Quadrati vt ſupra ex vnitatibus con-

conſtructi, latus quodlibet conſtituitur ex vnitatibus radicis.

Extractio igitur radicis Quadratæ eſt inuentio numeri qui ductus in ſe ipſum producat numerum propoſitum. Vt extractio radicis quadratę ex numero 4, eſt inuentio ipſius 2, qui ductus in ſeſe gignit numerũ propoſitum 4. Quia vero in extractione radicis ex maioribus numeris, qui multis notis conſtant, opus eſt in promptu eſſe radices & quadrata notarũ ſimplicium infra 9, viſum eſt tabellam hic adijcere earum tã radicum quam Quadratorũ.

Radices	Quadratas.
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81

Nõ ſufficit autem ad inueniendũ Quadratum multiplicare partes radicis in ſeipſas. ſed producta toties multiplicari debent, quantus eſt illarum pariũ denominator; vt ſi quæratur quadratum

radicis 6. diuiſa radice in partes ſecundas 3 & 3, non ſufficit earũ quadrata in vnum colligere, quæ ſunt 9 & 9, ſeu 18 ſed oportet hęc producta 9 & 9, ſeu 18 multiplicare per 2 qui eſt denominator partium 3 & 3; & tunc fient 36 quadratum ipſius 6. Idem obſeruandum in quibuſuis maioribus numeris.

Praxis I.

Propoſito numero cuius radix Quadrata inquiritur, ſcribatur pũctum ſub prima eius nota ad dextram, & deinde ſub alijs notis alternis, ita vt vna interijciatur non notata: quot enim erunt puncta, totidẽ veluti erunt dati numeri mẽbra, & totidem notis cõſtabit radix quadrata, quæ quæritur. Quando ergo numerus notarũ erit impar, tunc ſupra primum punctum ad ſiniſtrã erit vnica nota, vt apparet in hoc numero 25984 cum autem par erit notarum, numerus tunc ſuper primum punctum erũt duæ notæ vt in hoc numero 216068 ſupra punctum primum ſunt duæ notæ 21,

Notis

Notis ad eum modum diſcriminatis incipiatur à ſiniſtris vt in diuiſione, & quęratur radix vnius aut duarum notarum quæ ſunt ſupra primũ punctum; cum vero notæ illę non erunt præcisè quadratæ, ſumetur radix quæ ſumi poterit maxima. Hæc igitur radix inſtar Quotientis ponetur intra lineolam curuam; & eadem radix inſtar diuiſoris ſcribetur ſub primo puncto. Poſtea vero vt in diuiſione fit, ducetur diuiſor in Quotientem, hoc eſt, radix in ſeipſam: productumque ſubtrahetur ex notis primi puncti ſeu membri, reſiduo ſuperſcripto: nam radicis extractio plane imitatur diuiſionis methodum.

Exempli cauſſa. Quæritur Radix quadrata numeri 216068: Signo igitur punctum ſub 8 & ſub alternis deinde notis.

Deinde quæro quæ ſit ra- 5
dix primi membri 21, quod 216068) 4
quia non eſt perfectè quadra- · · * ·
tum, ſumo ex eo quã poſſum

maximam radicem, quę eſt 4. quā notam loco Quotientis quam etiā loco diuiſoris. Dico deinde 4 in 4 ſunt 16, quæ ſublata ex 21, relinqunt 5. Superſcribo igitur 5 reliquis notis confixis; & peracta eſt prima operatio. Atque hæc operatio prima ſemel ſemper fit in extractione radicis ex primo membro, neque amplius in progreſſu reliquę extractionis adhibetur. At praxis ſequens repetetur toties quot erunt reliqua puncta ſeu membra.

PRAXIS II.

Totus Quotiens (qui poſt ſecundum membrum pluribus notis conſtabit) duplicetur, & productū ſcribatur ſub ſequēti membro inſtar diuiſoris. Quæratur deinde quoties hic diuiſor contineatur in notis ſuperpoſitis, & quoties continebitur, tantus erit ſumendus Quotiens qui addetur radici in Quotiente & ſimul ſub ſequenti puncto notatus adiungetur diuiſori. Vt in exem-

plo inchoato; duplico Quotientem 4 & fiunt 8, quæ ſcribo inſtar diuiſoris ſub ſecũdo membro 560 non ſub 5 ſed ſub 6, quemadmodum iubet lex diuiſionis. Quæro deinde quoties 8 in 56 & quamquam haberi poſſit ſepties, quia tamen non ſolum 8 erat diuiſor ſed etiam Quotiens quem ſumpſero addi debebit diuiſori, nõ poſſum ſumere ſepties, ſed ſexies tantum. Adſcribo igitur Quotienti ſeu Radici numerum 6, & eundem addo diuiſori collocando ſub ſecundo puncto, vt vides in exemplo. Diligenter ergo antequam incipias multiplicare per Quotientem animaduertes in diuiſione an poſſit fieri ſubtractio. Quam ad rẽ ſeruire poteſt tabula Pythagorica mobilis, vt cap. 7. docuimus. 2.

```
 5
1̶2̶6068 (46
 4̶86
```

Collocato igitur apto Quotiente & diuiſore, multiplicatio & ſubtractio facienda eſt vt in diuiſione. Vt in noſtro exemplo dico, 6 in 6 ſunt 36, quæ ablata ex 60 relinquunt 24. Deinde 6 in

maximam radicem, quę eſt 4. quā nototam loco Quotientis quam etiā loco diuiſoris. Dico deinde 4 in 4 ſunt 16, quæ ſublata ex 21, relinqunt 5. Superſcribo igitur 5 reliquis notis confixis; & peracta eſt prima operatio. Atque hæc operatio prima ſemel ſemper fit in extractione radicis ex primo membro, neque amplius in progreſſu reliquę extractionis adhibetur. At praxis ſequens repetetur toties quot erunt reliqua puncta ſeu membra.

PRAXIS II.

Totus Quotiens (qui poſt ſecundum membrum pluribus notis conſtabit) duplicetur, & productū ſcribatur ſub ſequēti membro inſtar diuiſoris. Quæratur deinde quoties hic diuiſor contineatur in notis ſuperpoſitis, & quoties continebitur, tantus erit ſumendus Quotiens qui addetur radici in Quotiente & ſimul ſub ſequenti puncto notatus adiungetur diuiſori. Vt in exemplo

plo inchoato; duplico Quotientem 4 & fiunt 8, quæ ſcribo inſtar diuiſoris ſub ſecũdo membro 560 non ſub 5 ſed ſub 6, quemadmodum iubet lex diuiſionis. Quęro deinde quoties 8 in 56 & quamquam haberi poſſit ſepties, quia tamen non ſolum 8 erat diuiſor ſed etiam Quotiens quem

5
1̸2̸6068 (46
4̸86

ſumpſero addi debebit diuiſori, nõ poſſum ſumere ſepties, ſed ſexies tantum. Adſcribo igitur Quotienti ſeu Radici numerum 6, & eundem addo diuiſori collocando ſub ſecundo puncto, vt vides in exemplo. Diligenter ergo antequam incipias multiplicare per Quotientem animaduertes in diuiſione an poſſit fieri ſubtractio. Quam ad rẽ ſeruire poteſt tabula Pythagorica mobilis, vt cap. 7. docuimus. 2.

Collocato igitur apto Quotiente & diuiſore, multiplicatio & ſubtractio facienda eſt vt in diuiſione. Vt in noſtro exemplo dico, 6 in 6 ſunt 36, quæ ablata ex 60 relinquunt 24. Deinde 6

in 8 ſunt 48 quæ ablata ex 53 relinqunt 4; atque ita abſoluta eſt ſecunda operatio. Obſeruabis autē peracta hac operatione, & cuiuſuis radicis alia extractione non poſſe manere, pluſquā duplum radicis inuētæ, vt in noſtro exemplo peracta vtraque, quā iam fecimus operatione, non poteſt manere pluſquam duplū radicis 4. Nam numerus omnis quadratus ſuperat proxime minorem duplo radicis ipſius Quadrati minoris, & inſuper vnitate, ſi ergo poſt extractionem, manet duplum radicis & aliquid amplius, numerus datus eſt Quadratus maior, ex quo proinde maior radix potuit extrahi quam ea quæ extracta eſt.

```
    4
  524
2163068
  486
```

Tertia operatio & quotquot deinceps erunt neceſſariæ, eodem modo fient quo ſecunda, Duplicabitur nimirum totus Quotiens & productum ſub notis ſequentis membri collocabitur, quæretur Quotiens, idemque addetur

addetur diuiſori; multiplicabitur diuiſor, & ſubtractio fiet vt prius, Vt in noſtro exemplo, duplico 46 & fiunt 92, quæ ſcribo ſub tertio mébro. Quæro deinde quotientem & inuenio 4

```
      7
    *37
  82*82
 216068 (464
 *862*
     9
```

quem adiungo tam radici, quam diuiſori. Multiplico deinde 4 in 4, & fiunt 16, quę ex 68 relinquunt 52, amplius 4 in 2 ſunt 8, quæ ex 45 relinquũt 37. Denique 4 in 9 ſunt 36, quæ ex 43 relinquunt 7. atque ita abſoluta eſt extractio, poſt quam manet 7 2, quę non ſunt à plus quam duplum radicis inuentæ quæ eſt 464.

Si diuiſor in ſuperioribus notis ne ſemel quidem contineretur, ſcribenda eſt cyfra in Quotiente (vt etiam fit in diuiſione) & deinde duplum Quotiẽtis ſcribendum loco diuiſoris ſub ſequenti membro, vt vides factum in exemplo adiecto.

Quod

Quod ſi non poſſet etiam ex membro ſequenti radix extrahi; adiecta Quotienti cyfrâ peracta eſſent operatio vt apparet in adiecto exemplo in quo radix eſt 50 & manent. 30.

287
x6x8gx (402
x88ox

x830 (50
5

Si in numero ex quo fit extractio ſint cyfræ, & antequam abſoluatur extractio per omnia membra nulla maneat nota ſignificatiua, addentur Quotienti ſeu radici tot cyfræ quot ſupererunt puncta, ſeu membra à quibus non eſt facta extractio.

Vt de 4000, radix erit 200 quia ipſius 4 radix eſt 2, poſtquam autem duxeris 2 in 2, & ſubtraxeris, nihil manebit ex 4: addantur ergo duæ cyfræ, quia adhuc duo membra ſuperſunt ex quibus non eſt facta extractio, & res tota erit peracta.

EXA-

EXAMEN I.

Reijce 9 ex radice inuenta & reſiduũ nota in vtroque crucis latere. Hęc inter ſe multiplica & ex producto ſimulque ex notis, ſi quę manſerunt poſt extractionem, aufer etiam 9; reſiduo in capite crucis notato. Aufer denique 9 ex radice, & ſi reſiduum conſentit cum eo quod eſt in capite crucis recta fuit operatio.

EXAMEN II.

Duc radicẽ in ſeipſam & productis partialibus adde notas poſt extractionem remanentes, ſi quę ſunt; hęc collige per additionem & redibit numerus ex quo facta eſt extractio, ſi nullus error interuenit.

Methodus altera extrahendi radicem Quadratam.

Poſt extractionem radicis è primo membro, quæ à ſuperius dictis nihil differt, operatio ſecunda & reliquæ deinceps hoc modo fient. Radix inuēta ſeu totus Quotiens multiplicabitur per 20 (nam hic numerus perpetuo adhibebitur, & propterea dicitur numerus peculiaris huius extractionis) eritque productum loco diuiſoris, per quem notæ ſequentis membri diuidentur: atque huius diuiſionis Quotiens, erit radix noua prioribus addenda. Vbi tamen obſerua poſt hanc diuiſionem non debere manere minus quā ſit quadratū nouæ radicis ſeu quotientis: adeo vt ſi minus manſerit, quotiens ſeu radix noua minuenda ſi vnitate. Per hanc deinde radicem nouam multiplico diuiſorem, & producto addo quadratū eiuſdem radicis poſterioris, totamque ſummam

ſummam ſubtraho ex notis ſecundi membri & peracta eſt operatio.

Exempli cauſſa ſit radix extrahenda de 6,843. Extrahetur imprimis radix de 6, & manebunt 2, & erit etiam radix 2. Hanc ergo radicem conſtituo primo loco & interiecta lineola ſubijcio 20

2—20—40—4—160 242
16 $\frac{16}{176}$ 61843 (24
176
1

numerum peculiariter ſeruientem omni operationi huius extractionis, per quem multiplicata radice 2 fit diuiſor 40, ac per hunc diuiſorem diuiſis notis ſequentis membri 218, fit quotiens 5, cuius quadratum eſt 25, manentque poſt hanc diuiſionem ſolum 18, monuimus autem non debere manere minus quam ſit quadratum quotientis. Quotiens ergo ſeu noua radix 4 minuenda eſt vnitate: & erit noua radix 4, cui ſubſcribo quadratum 16. Eſt quidem paulo longior hic circuitus ad

nouam

nouam radicem inueniendam, ſed tyronibus ſecurior, quia non eſt periculum ſumendi nimium magnam radicē & errādi. Per hanc ergo poſteriorē radicem 4, multiplico diuiſorem, 40 & fiunt 160, quibus addo Quadratū radicis quod eſt 16, & fiunt 176 ſubtrahēda ex ſecundo membro, vt vides factum.

Amplius pro tertia operatione totam radicem 24 multiplico per 20 (nam hic numerus idem ſumitur in omni operatione) & fit diuiſor 480 per quem diuido 4243 notas membri

```
                                3
24—20—480—8—3840   2423 9
             64  3094  61843 ( 248
                       47604
                        139
```

ſequentis & fit Quotiens ſeu Radix noua 8, cuius Quadratum eſt 64. Multiplico deinde diuiſorem 480 per nouam radicē 8 & producuntur 3840 quibus addo radicis quadratum 64, & fiunt 3904, quæ ſubtracta ex tertio membro

membro relinquunt 339 vt in exemplo vides.

CAPVT XIX.

De inuentione radicis in numeris non Quadratis. quæ proximè ad veram accedat.

QVIA raro contingit numerum cuius radix inuenienda eſt perfectè eſſe Quadratum, plerumque habetur radix numeri minoris eo qui proponitur, vt apparuit in exemplo ſupra allato. Eſt igitur operæ pretium videre quibus vijs poſſimus ad radicem verè propinquam pertingere in huiuſmodi numeris non Quadratis. Et quia pro ratione ſubiectæ materiæ nūc tutius eſt accipere radicem paulo maioré, nunc paulo minorem; modos trade-

mus

mus, quibus & iuſto minor, & iuſto maior, inſenſibili diſcrimine radix perquiratur.

Prima igitur via, qua radix tam iuſto maior, quam iuſto minor poſit inquiri, eſt ea qua vſi ſumus in fractionibus. Adijciantur ad numerum propoſitum aliquot cyfrarum binarij, & ex numero ſic aucto quæratur radix, ex qua ſi abijcias tot notas, quot ſunt additi cyfrarum binarij, & reliquis fractionem adiungas, cuius numerator ſint figuræ abiectæ, denominator vero 1, cum tot cyfris, quot ſunt additi binarij, fiet radix paulo minor quam iuſta. Quod ſi numeratori huius fractionis addatur vnitas, fiet radix iuſtâ paulo maior. Vt ſi extrahenda ſit radix de 14, qui numerus non eſt quadratus, & ex quo ſine fractione non poteſt maior radix haberi quam 3, cuius quadratum eſt 9 longe diſtans à 14. Addo igitur vnum binarium cyfrarum, & ex 1400 extraho radicem 37 iuſto minorem, quia mãſit aliquid poſt extractionem. Quia

vero

vero adieci vnum binarium cyfrarum, tollo ex radice 37 vnam figuram, quam pono loco numeratoris, & pro denominatore pono 1; cũ vnica cyfra, quia vnicum binarium addidi cyfrarum. Fit ergo radix ſecunda $3\frac{7}{10}$ cuius quadratum eſt $13\frac{69}{100}$, multo propius accedens ad numerum propoſitum 14, quam primum quadratum 9 ortum ex radice 3.

Quod ſi lubeat habere radicem iuſto maiorẽ, ad fractionis numeratorẽ adijciatur vnitas. Nam hæc radix $3\frac{8}{10}$ erit aliquãto maior iuſtâ; huius enim quadratum eſt $14\frac{44}{100}$ quod excedit numerum propoſitum 14.

Itẽ ſi in exẽplo ſupra allato cũ quæritur radix de 214068, addã duas cyfras & quærã radicẽ de 21406800, quæ erit 4636; ſumam ergo pro numeratore fractionis 6 & denominatorẽ 10, fiet que radix propinquior $426\frac{6}{10}$ ſeu $\frac{3}{5}$ paulo minor iuſta, at paulo maior eſſet $426\frac{7}{10}$

Quod ſi in his exemplis adiuncti fuiſſent duo aut plures binarij cyfrarum, multo

multo propinquior verę radix prodijſſet.

Hac etiam via, quod ſupra indicauimus, inquiri poterit radix propinqua fractionum quæ Quadratæ non fuerint.

Ducatur enim numerator in denominatorem, & producti quære radicem propinquam adiectis quot videbitur cyfrarum binarijs. Hæc deinde radix diuidatur per denominatorem; vel per hanc radicem diuidatur numerator; nā vtroque modo prodibit radix propinqua datæ minutiæ.

Secunda methodus inquirit radicem verę propinquam ſed ſemper iuſto maiorem, & procedit hoc modo.

Quod remanſit poſt vltimam radicis extractionem, fiat Numerator, duplum vero radicis inuentæ, quam primum vocabimus, fiat denominator fractionis, hæc enim minutia addita primæ radici conſtituet radicem ſecundam verę propinquiorem. Vt ſi

quęratur

quęratur radix de 14. inueniatur prima radix 3, cuius Quadratū eſt 9 quod vocatur primum Quadratum; facta ergo extractione huius Quadrati ex numero propoſito 14, manent 5; accipiatur ergo pro numeratore 6, & duplum primæ radicis, quod eſt 5, loco denominatoris, adijciaturque fractio primę radici & fiet radix ſecunda $3\frac{5}{6}$ cuius Quadratum ordine ſecundum eſt $14\frac{25}{34}$ quod maius quidem eſt numero propoſito 14, longè tamen propius accedit quam Quadratum primum 9 ex radice 3. Amplius ſi lubet propius ad veram accedere, exceſſus Quadrati ſecundi ſupra numerum propoſitum diuidatur per duplum radicis ſecundę, & Quotiens adijciatur ſecundæ radici, ſic enim fiet radix tertia veræ propinquior quam ſecunda Vt in exemplo noſtro exceſſus Quadrati ſecundi $14\frac{25}{36}$ ſupra numerum propoſitum 14, eſt ipſa fractio $\frac{25}{36}$, quę ſi diuidatur per duplum radicis ſecundæ, quod eſt $7\frac{1}{3}$ fiet

Quo-

quotiens $\frac{150}{1056}$, quæ fractio ſi auferatur ex radice ſecũda fiet radix tertia 3 $\frac{7380}{9956}$ propinquior veræ quam ſecunda. Eadẽ via poſſet inquiri radix quarta propior quam tertia, & ſic in infinitum.

Tertia methodus, priori in progreſſu ſimilis, inquirit radicem minorem ac minorem ſemper quam ſit radix vera, hoc modo pro nůmeratore fractionis accipe id quod remanſit, vt prius, at denominator erit duplum radicis primæ adiecta vnitate; ſic enim fit fractio quæ addita primę radici dat ſecundam iuſto minorem, vt in eodem exemplo, poſt ſublatum primum quadratum 9 ex numero 14, manent 5, quæ fiunt numerator; & denominator eſt 7 duplum ſcilicet radicis primæ 3, cum adiecta vnitate: eſt ergo radix ſecunda 3 $\frac{5}{7}$ cuius quadratum ordine ſecundum 13 $\frac{38}{49}$ deficiens à numero propoſito 14, fractione $\frac{11}{49}$. Hic igitur defectus (ſi propius adhuc voles ad veram radicem pertingere) diuidatur

per

per duplum radicis ſecundæ ſimul cum defectu eiuſdem radicis à radice proxime maiore in numeris integris, & Quotiens adiectus radici ſecundæ dabit tertiam verę propiorem. Vt quia radix ſecunda eſt $3\frac{5}{7}$ deficit à radice proxima integrorum quæ eſt 4. defectu $\frac{2}{7}$ hic igitur defectus addatur duplo radicis ſecundæ & fient $7\frac{5}{7}$ per quē numerum ſi diuidatur defectus Quadrati ſecundi qui eſt $\frac{11}{49}$ fiet Quotiens $\frac{77}{3746}$ quæ fractio addita radici ſecundæ dabit tertiam veræ viciniorem; & ſic in infinitum propius quidem repetendo eandem operandi formam accedetur ad veram, nūquam tamen ad eam peruenietur.

CAPVT XX.

De extractione Radicis ex minutia.

QVÆRATVR radix tam numeratoris quam denominatoris, ſic enim

 prodibit

prodibit numerator & denominator minutię nouæ quæ prioris erit radix. Quod ſi vel numerator vel denominator radicem non habet exactam, tunc tota fractio radicem exactam non habet.

Vt huius minutiæ $\frac{4}{9}$ radix eſt $\frac{2}{3}$ quia ipſius 4 radix eſt 2, & ipſius 9 radix 3 At quia in hac $\frac{4}{7}$ denominator radicē non habet, tota etiam radix non habebit, ſicut nec illa $\frac{7}{4}$ quia numerator radicem præciſam nō habet, In his tamen radix veræ propinqua inquiri poteſt vt in numeris integris adijciendo tam numeratori, quam denominatori parem numerum cyfrarum vt ſupra docuimus.

Quando vero quęretur radix integrorum cum adhęrente minutia, reſoluentur integra in fractionem annexam. vt ſi quæratur radix de 12 $\frac{1}{4}$ reſoluentur in minutiam & fient $\frac{49}{4}$ cuius radix eſt $\frac{7}{2}$ ſeu 3 $\frac{1}{2}$. Item ſi detur radix conſtans integris cum fractione, fiet

reſolutio

reſolutio in fractionem, & tunc tota fractio multiplicabitur in ſeipſam vt habeatur quadratum. Vt ſi quæratur quadratum radicis $3\frac{1}{2}$ fiet reſolutio radicis in $\frac{7}{2}$ quæ fractio multiplicata per ſeipſam dat quadratum $\frac{49}{4}$ ſeu $12\frac{1}{4}$.

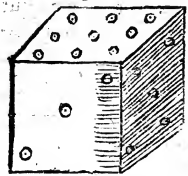
CAPVT XXI.

De extractione Radicis Cubicæ.

CVBICVS numerus eſt qui gignitur ex ductu numeri in ſeipsū & rurſus ex ductu eiuſdem numeri in productum. Vt 8 eſt numerus cubicus quia fit ducendo 2 in 2, vt fiant 4, & rurſus ducendo 2 in productum 4, vt procreentur 6, Fit ergo cubus; geminata eiuſdem numeri multiplicatione, vt cum dico bis duo bis, gignitur cubus 8, cum vero dico ter tria ter, produco cubum 27 & ſic de reliquis.

Nomen accipit cubicus numerus à Cubo corpore geometrico, quod eſt in-

ſtar aleæ, clauſum ſcilicet ſex ſuperficiebus quadratis æqualibus in hanc



formam: ſicut enim ex ductu lateris cubi in alterū latus intelligitur à Geometris produci ſuperficiem Quadratam, & ex ductu huius ſuperficiei in eandem lateris lineam conſtitui cubum; ita apud Arithmeticos ex multiplicatione numeri in ſeipſum ſeu alterum ſibi ęquale, fit numerus Quadratus, ac rurſus hoc Quadrato per eundem numerum multiplicato fit cubus.

Radix Cubica, latus ſeu coſta cubi eſt numerus ille cuius gemina multiplicatione fit cubus, vt radix cubica numeri 8 eſt 2, numeri 27 eſt 3 &c. Habes autem hic cubos ſimul cum quadratis prouenientibus ex radicibus nouem digitorum infra numerum denarium.

Radi-

Radices	Quadrata	Cubi
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	727

PRAXIS I.

Extractio radicis Cubicę proportione quadam fit vt extractio Quadratæ. Primo enim ſignantur notæ duabus,ſine puncto interiectis. Deinde accipitur radix cubica quanta poteſt maxima ex notis primi membri, & eius radicis cubus ex eiſdem notis extrahitur, reliquo ſuperſcripto. Vt ſi cubica radix extrahenda eſt de 1842639, ſignabũtur puncta vt hic vides. Deinde quia ad primum punctũ pertinet ſolum 1, ea pro radice ſumenda eſt, cumque eius cubus

1842639 (1
1

ſit 1,ab 1 ablatum nihil relinquet,atque ita abſolutum eſt primum membrum, quæ operatio tantum ſemel fit.

Praxis II.

Secunda operatio & reliquæ facilius fient & certius iuxta methodum poſteriorem extractionis Quadratę. Sicut ergo ibi quia duplicandus erat Quotiens, ad 2 adijciebatur vna cyfra, & numerus peculiaris illius extractionis erat 20; ita hic quia triplicandus eſt Quotiens, numerus peculiaris eſt 3 cui adduntur duę cyfrę, quia duæ notæ inter puncta interijciuntur. Eſt ergo numerus peculiariter huic extractioni ſeruiens 300. Et quia cubus ex geminata multiplicatione gignitur hinc alter etiam numerus multiplicans eſt neceſſarius qui eſt 30. Per hos ergo duos numeros 300. 30. in omni extractione cubica ſemper fit multiplicatio, ad radicem inueniendam. Vt in proſecutione noſtri exempli. Quadratū radicis

dicis inuentæ ponitur primo loco & ſub ea radix ipſa. Deinde ponuntur ad latus numeri peculiares 300, 30.

Quad. 1-300-2-600- 114
Radix. 1-30-4-1201 8 12 369 (12
— 8 8
Diuiſ. 330 728 1728

Multiplicantur deinde ſuperiores inter ſe 300 in 1 & inferiores quoque inter ſe 30 in 1, quibus in vnum collectis fit diuiſor 330; per quem diuido notas membri ſequentis, quæ ſunt 842, fitque Quotiens 2, adiungendus radici priori. Quod ſi diuiſor ne ſemel quidem contineretur in notis membri ſequentis, radix eſſet cyfra & notanda ſuo loco in radice (vt in omni diuiſione & extractione radicum fit) pergendumque ad aliud membrum. Poſtquam ergo inuenta eſt radix noua 2 ſcribitur poſt numeros prius diſpoſitos, & ſub ea Quadratum 4 & cubus 8. Deinde per radicem 2, multiplicatur numerus proxime antecedens 300, & fiunt 600 notanda cõſequenter, Per Quadratũ item

4, mul-

4 multiplicatur antecedẽs numerus 30 & fiunt 120, quibus addo cubum 8, & omnibus collectis fiunt 728 extrahenda ex 842, manebuntque 114 vt vides in exemplo. Quod ſi tantum prodiret in vltima collectione vt ſubtractio non poſſet fieri, tunc radix eſſet minuenda & iteranda operatio, ab eo loco vbi radicem 2, cum ſuo Quadrato & cubo iuſſimus collocari.

Sequentes deinde operationes nihil differunt à ſecũda, vt ſi hoc exemplum lubet abſoluere. Radicem 12 colloco ſub ſuo quadrato 144 ac deinde numeros peculiares 300 & 30. Multiplico

144—300—43200—2—86400
12—30—360—4—1440
—8 8
43560 ——
87848

deinde ſuperiores inter ſe & fiũt 43200, inferiores vero multiplicati dant 360, quibus collectis fit diuiſor 43560, per quem diuido notas ſequentis membri 114639, & fit Quotiens eademque

26
114791
1812639 (122
1728818
87

	6	
5	X	5
	6	

radix 2. Sub ea ergo colloca quadratũ eiuſdem 4, & Cubum 8. Duco deinde 2 in 43200, & prodeunt 86400 item ex Quadrato 4 in 360 fiunt 1440, quibus addito cubo 8, fit ſumma 87848 ſubtrahenda ex notis ſuperpoſitis 114639, manentque 26791. & ſic quantum fieri potuit ex dato numero extracta eſt radix cubica 122.

Quod attinet ad notas remanentes & minutias, extrahi ex vtriſque poterit radix verę proxima adijciẽdo aliquot cyfrarum ternarios, quemadmodum binarij adijciebantur ad extractionem radicis Quadratæ, & reliqua inſuper proportione fient vt ibi præſcriptum eſt.

EXAMEN I.

Adijciantur 9 ex radice & reſiduum in vtroque crucis latere ſcribatur. Idque reſiduum multiplicetur cubice, & ex producto ſimulque ex notis remanentibus, ſi quæ fuerunt, tollantur 9, reſiduo notato in capite crucis. Rejiciantur deinque 9 ex numero de quo radix eſt extracta, & ſi quod hinc reſtat conſentit cum eo quod eſt in capite crucis, recté habet extractio.

EXAMEN II.

Radix inuenta multiplicetur cubice, & producto adde notas remanentes, ſi quę fuerunt; nam omnibus in vnum collectis redibit numerus ex quo facta eſt extractio, niſi error alicubi interuenerit.

INDEX

INDEX CAPITVM.

CAP. I. *De numeratione.* pagina 9
2 *De Additione.* 13
3 *De Subtractione.* 17
4 *De Multiplicatione.* 22
5 *De Multiplicatione per tabulam Pythagoricam.* 30
6 *De Diuiſione.* 40
7 *De Diuiſione per mobilem tabulam Pythagoricam.* 56
8 *De numero fracto.* 61
9 *De Additione, & reliquis circa fractionem operationibus.* 76
10 *De fractionibus fractionum,* 84
11 *De Regula trium.* 93
12 *De Regula trium euerſa.* 97
13 *De Regula trium compoſita.* 99
14 *De Regula Societatum.* 101

15 De

INDEX CAPITVM.

15 *De Regula Alligationis* 104
16 *De Regula falſi ſimplicis poſitionis.* 109.
17 *De Regula falſi duplicis poſitionis.* 120
18 *De extractione Radicis Quadratæ.* 125
19 *De inuentione Radicis in numeris non Quadratis, quę proxime ad veram accedat.* 139
20 *De extractione Radicis ex minutia.* 145
21 *De extractione Radicis Cubicæ* 147

BIBLIOTECA ... ROMA ... MANOSCR.

FINIS.

Digitized by Google